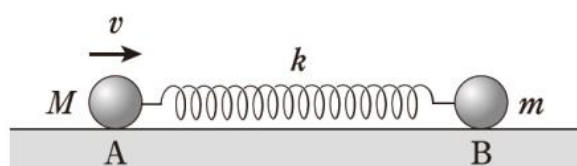


単振動の問題は、パターン化されています。パターン化されていますが、解答の道のりが長いものが多いので、丹念に学んではじめて会得できます。

連結した2物体の単振動解法研究

I 水平面上に、なめらかな溝をもつ直線のレールがある。この溝の中に、質量 M, m の小球 A, B を置き、両者をばね定数 k のばねでつないで静止させた。ある瞬間に、A に大きさ v の右向き速度を与えると、その後、A と B は、振動しながら全体として右向きに進んでいった。運動を始めた後について、次の各問に答えよ。



- (1) A と B をまとめて1つの物体とみなしたとき、その重心の速度の大きさを求めよ。
- (2) 重心から見た B の運動は単振動になる。その周期を求めよ。
- (3) 重心から見た B の単振動の振幅を求めよ。

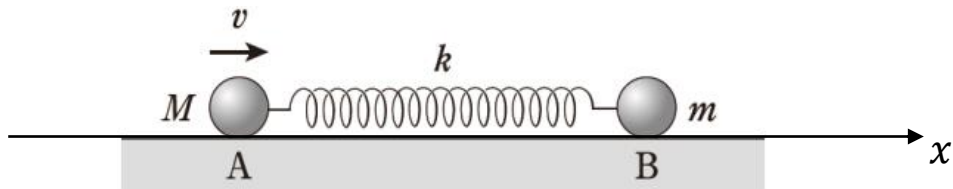
<指針> A と B は、ばねの弾性力をおよぼしあい、振動しながら全体として右向きに進む。A, B を1つの物体系と考えると、弾性力は内力であり、物体系の運動量は保存される。このとき、重心は等速直線運動をしている。重心から見た場合、ばねの左側の部分の A の単振動と、右側の部分の B の単振動に分けて考えることができる。

<確認>

- ・重心から見る場合(重心系)は、慣性系となる。重心から見ると、重心に一致しているばねの位置は静止して見える。
- ・A と B は運動方向に外力を受けないので、運動量保存の法則が成り立ち、このとき、重心の速度 v_G は一定となる。
- ・2つの物体の重心は、物体間の距離を質量の逆比に内分した点となる。したがって、 $l_A : l_B = m : M$
- ・A に速度を与えた瞬間、ばねは自然の長さである。このとき、重心から見ても、A, B はいずれも自然の長さの位置にあるので、振動の中心に位置していて、速度の大きさが最大となっている。

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

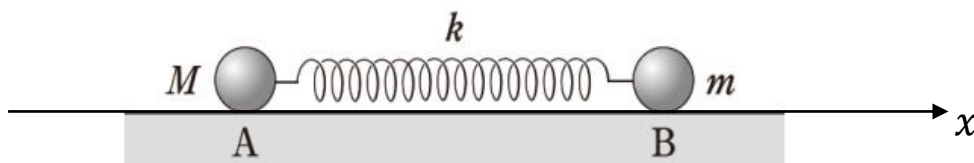
II 水平面上に、なめらかな溝をもつ直線のレールがある。この溝の中で、質量 M, m の小球 A, B を自然の長さ L , ばね定数 k のばねでつないで静止させた。ある瞬間に、A に大きさ v の右向き速度を与えると、その後、A と B は、振動しながら全体として右向きに進んでいった。図の向きに x 座標をとり、ある時刻において、A, B の位置をそれぞれ x_1, x_2 , A, B の加速度をそれぞれ a_1, a_2 とする。運動を始めた後について、次の各問に答えよ。



- (1) A の運動方程式と B の運動方程式をそれぞれ書け。
- (2) A に対する B の相対加速度, 相対位置をそれぞれ a, x とする。 a を, x, k, L, M, m だけを用いて表せ。
 上の(2)で求めた関係から、A から見た B の運動は単振動であることがわかる。
- (3) A から見た B の単振動の周期を求めよ。
- (4) A から見た B の単振動の振幅を求めよ。

(1) A	B	
(2)	(3)	(4)

Ⅲ 水平面上に、なめらかな溝をもつ直線のレールがある。この溝の中で、質量 M, m の小球 A, B を自然の長さ L , ばね定数 k のばねでつなぎ、さらにばねを d だけ縮めて、A, B を糸で結んで静止させた。ある瞬間に、糸を静かに切ると、A と B は、振動を始めた。A と B の重心の位置を原点にして図の向きに x 座標をとり、ある時刻において、A, B の位置をそれぞれ x_1, x_2 , A, B の加速度をそれぞれ a_1, a_2 とする。運動を始めた後について、次の各問に答えよ。



- (1) A の運動方程式と B の運動方程式をそれぞれ書け。
- (2) x_1, x_2 の間に成り立つ関係式を求めよ。
- (3) B の運動方程式を、 x_1 を用いずに表せ。
- (4) B の単振動の周期を求めよ。
- (5) B の単振動の中心の x 座標を求めよ。
- (6) B の単振動の振幅を求めよ。
- (7) B の単振動の中心における速さを求めよ。

Ⅲ(1)A	B
(2)	(3)
(4)	(5)
(6)	(7)

I <解答>

(1) $\frac{M}{M+m}v$	(2) $2\pi\sqrt{\frac{Mm}{(M+m)k}}$	(3) $\frac{Mv}{M+m}\sqrt{\frac{Mm}{(M+m)k}}$
----------------------	------------------------------------	--

II <解答>

(1) A $Ma_1 = k(x_2 - x_1 - L)$	B $ma_2 = -k(x_2 - x_1 - L)$	
(2) $-\frac{M+m}{Mm}k(x-L)$	(3) $2\pi\sqrt{\frac{Mm}{(M+m)k}}$	(4) $v\sqrt{\frac{Mm}{(M+m)k}}$

III <解答>

III(1) A: $Ma_1 = k(x_2 - x_1 - L)$	B: $ma_2 = -k(x_2 - x_1 - L)$
(2) $Mx_1 + mx_2 = 0$	(3) $ma_2 = -\frac{M+m}{M}k\left(x_2 - \frac{M}{M+m}L\right)$
(4) $2\pi\sqrt{\frac{Mm}{(M+m)k}}$	(5) $\frac{M}{M+m}L$
(6) $\frac{M}{M+m}d$	(7) $d\sqrt{\frac{M}{(M+m)m}k}$