単振動の問題は，パターン化されています。いろいろ工夫した問題が登場するのですが，公式をしっかりと覚えて典型的な問題に取り組んでおけば対応できます。

❶単振動の公式

基本は，変位 $x = A\sin\omega t$ です。

x を t で微分すると，速度 $v = A\omega\cos\omega t$

v を t で微分すると，加速度 $a = -A\omega^2\sin\omega t$

a を x で表すと，加速度 $a = -\omega^2 x$

単振動する物体の質量を m とする。運動方程式から，復元力 F を x で表すと，

復元力 $F = -m\omega^2 x$

復元力が 0 の位置が単振動の中心である。

❷質量 m の物体が復元力 $F = -Kx$ (K は正の定数)を受けて単振動するとき，

$x = 0$ を中心として，角振動数 $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}}$, 周期 $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$ の単振動を行う。

復元力が 0 になる点

(例) 水平ばね振り子　水に浮かべた浮きの単振動　地球のトンネル内の単振動
単振り子

❸質量 m の物体が復元力 $F = -Kx + F_0$ (K は正の定数，F_0 は一定の力)を受けて単振動するとき，$F = -K\left(x - \dfrac{F_0}{K}\right)$ と変形すると，

$x = x_0$ を中心として，角振動数 $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}}$, 周期 $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$ の単振動を行う。

復元力が 0 になる点

(例) 鉛直ばね振り子　斜面上のばね振り子　摩擦のある面上でのばね振り子

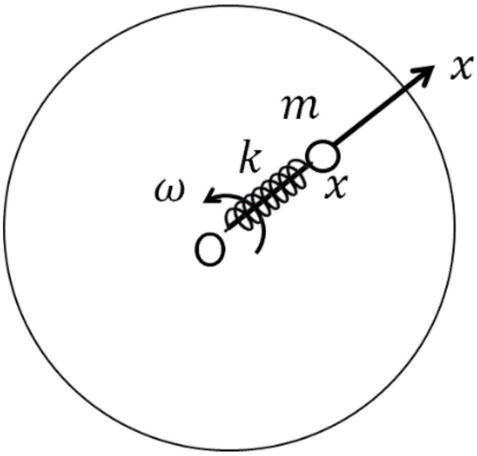
❹質量 m の物体が復元力 $F=-Kx+K'x$ (K は正の定数, K' は定数)を受けて単振動するとき, $F=-(K-K')x$ と変形すると,

$x=$ 0 を中心として, 角振動数 $\omega=\sqrt{\frac{K-K'}{m}}$, 周期 $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{K-K'}}$ の単振動を行う。

復元力が 0 になる点

ただし, $K-K'>0$ が単振動をする条件である。

(例) 並列接続したばねによる単振動　サンドイッチ型のばねによる単振動
回転台上でのばね振り子



<問題>水平な回転台の中心から半径方向にレールを取り付ける。レールに沿って外向きに x 座標をとる。中心Oにばね定数 k , 自然長 L の軽いばねを取り付け他端に質量 m の小物体を固定した。小物体はレールに沿って自由に運動できる。回転台を角速度 ω で回転させ, 回転台から見て小物体をレール上で単振動させた。

(1) x の位置で小物体が x 方向に受ける力はどう表されますか。

$$-k(x-L)+mx\omega^2$$

式変形を進めてあってもよい。

(2) 回転台から見るとき, 小物体の単振動の角振動数と振動中心の x 座標はどうなりますか。

$$-(k-m\omega^2)x+kL=-(k-m\omega^2)\left(x-\frac{kL}{k-m\omega^2}\right)$$

と変形できる。角振動数を ω_0 とすれば,

$$m{\omega_0}^2=k-m\omega^2 \quad\Rightarrow\quad \omega_0=\sqrt{\frac{k-m\omega^2}{m}}$$

振動中心は, $\dfrac{kL}{k-m\omega^2}$

❺単振動のエネルギー

質量 m の物体が復元力 $F=-Kx$ (K は正の定数)を受けて振幅 A で単振動するとき, 位置 x での速さを v , 振動中心での速さを v_0 とすれば

$$\boxed{\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}Kx^2=\text{一定}=\frac{1}{2}m{v_0}^2=\frac{1}{2}KA^2}$$

これは, 単振動における力学的エネルギー保存の法則といえる。

◇ $F=-Kx+F_0$ の復元力を受けている場合は, x の代わりに振動中心からの変位 d を用いればよい。