

等速円運動は、等速直線運動ではありませんから、力がはたらいているはずですよ。
どのような力がはたらくと等速円運動になるのでしょうか。

① 向心力

半径 r 、角速度 ω で等速円運動する物体には、円の(中心)向きに、大きさ $(r\omega^2)$ の加速度が生じています。この加速度を(向心)加速度ということがあります。したがって、物体の質量を m とする

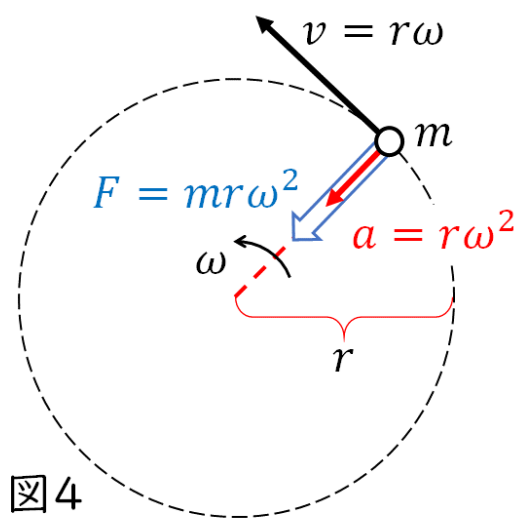


図4

と、この物体は、(運動)方程式から、円の(中心)向きに、大きさ $(mr\omega^2)$ の力を受けていることがわかります。円運動させるために必要なこの力を(向心)力といいます。

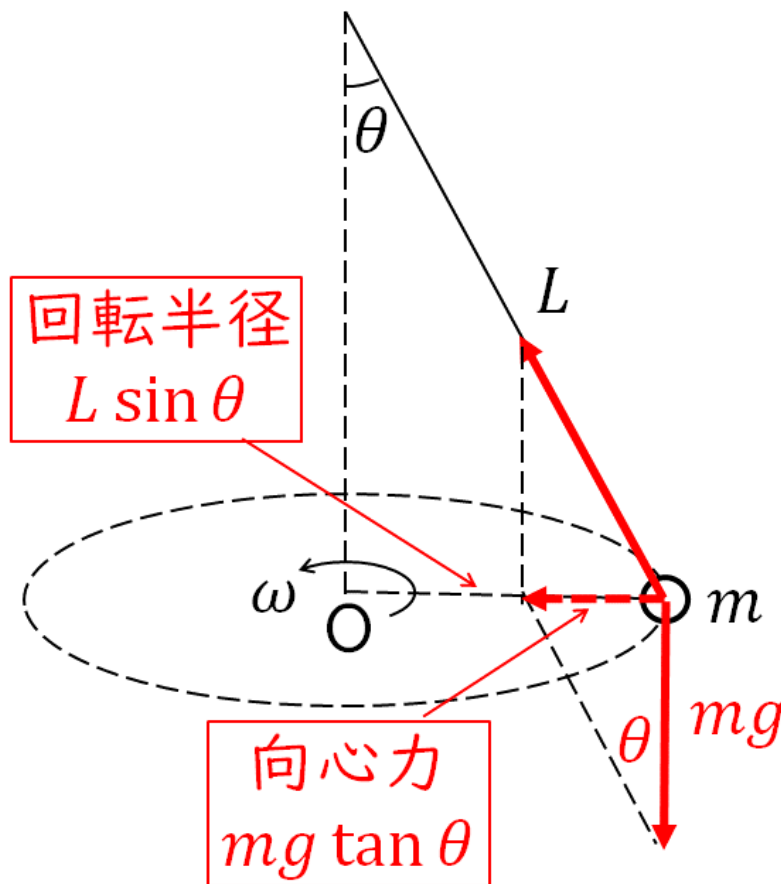
半径 r 、角速度 ω 、速さ v を使って次の表をうめましょう。

| | r, ω を使って | r, v を使って | v, ω を使って |
|---------------|------------------|------------------|------------------|
| 向心加速度 の大きさ | $r\omega^2$ | $\frac{v^2}{r}$ | $v\omega$ |
| 向心力の 大きさ | $mr\omega^2$ | $m\frac{v^2}{r}$ | $mv\omega$ |

②円錐振り子

<問題1>図のようにおもりが水平面内を等速円運動する円錐振り子があります。角速度 ω を求めてください。ただし、重力加速度の大きさは g とします。

(解説)重力と糸の張力の合力が向心力となっています。力のようすは図のとおりになります。



半径方向の運動方程式を立てると、

$$mL \sin \theta \cdot \omega^2 = mg \tan \theta$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L \cos \theta}}$$

(補足) 周期 T は、

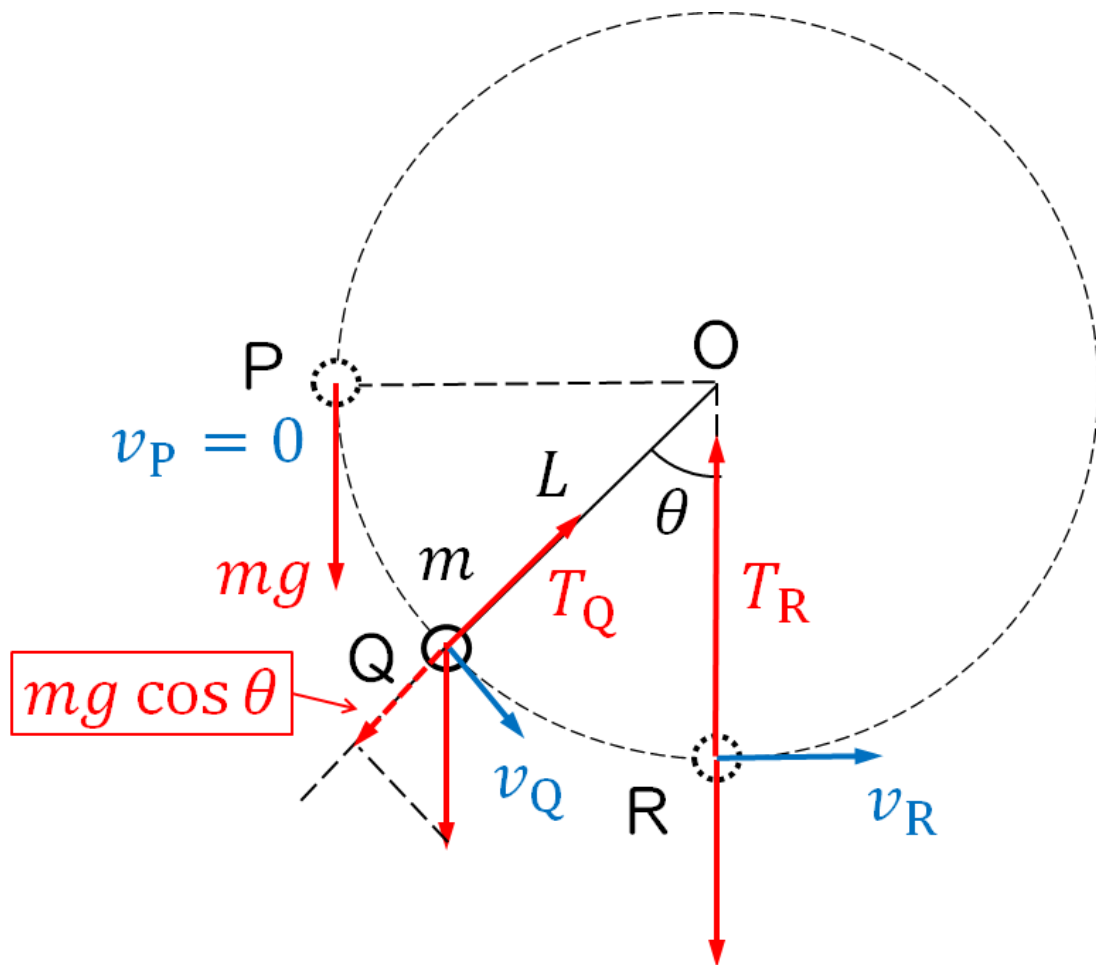
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L \cos \theta}{g}}$$

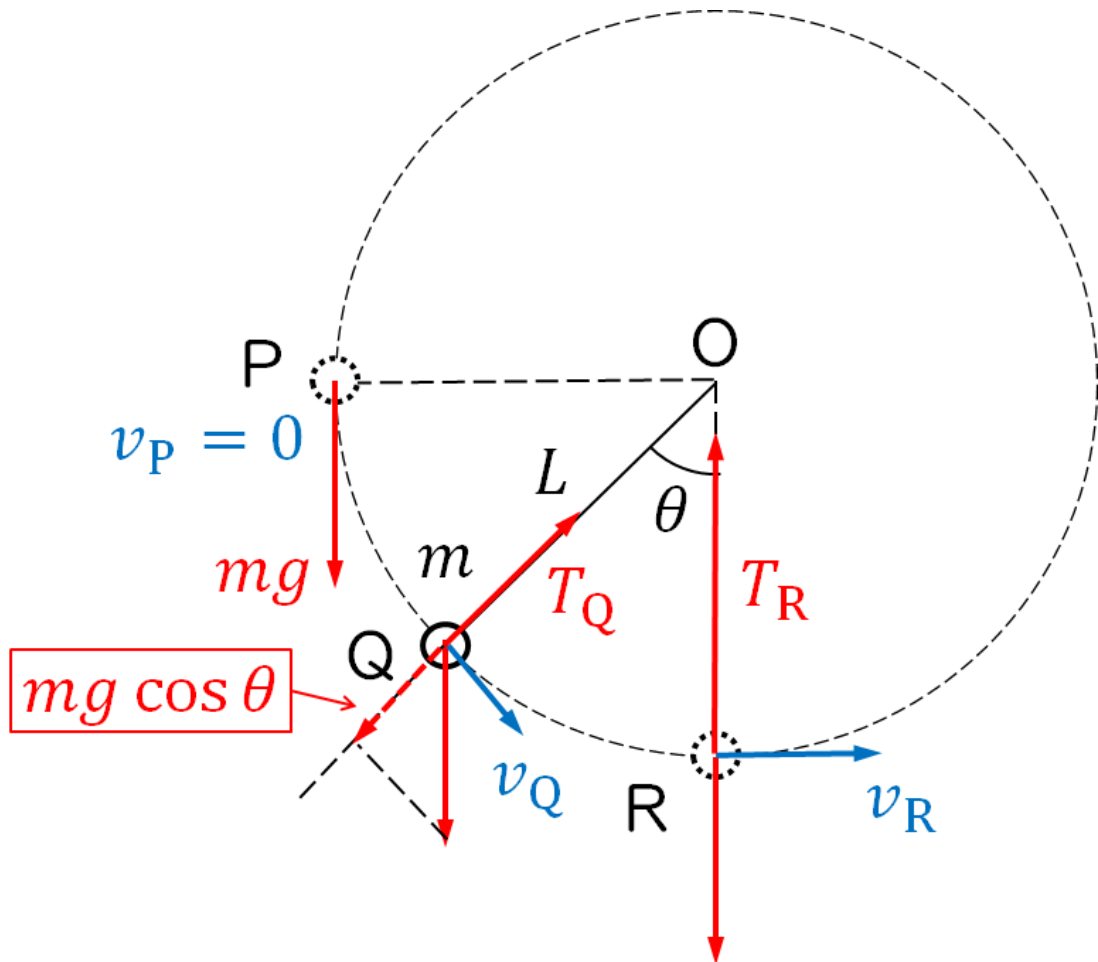
③鉛直面内の単振り子

<問題 2>図のように、Oから糸でつるしたおもりを位置Pから放しました。OPは水平でORは鉛直です。位置P, Q, Rで糸の張力の大きさを求めてください。ただし、重力加速度の大きさは g とします。

(解説)半径方向の運動方程式は等速円運動と同じように成り立ちます。Q,Rでのおもりの速さは、力学的エネルギー保存の法則を使えばすぐに求められるので、運動方程式は、

「 $m \frac{v^2}{r} = F$ 」の形を使いましょう。





P:張力の大きさを T_P とすると,運動方程式は,

$$m \frac{v_P^2}{L} = T_P \quad \text{ここで, } v_P = 0 \text{ なので, } T_P = 0$$

Q:張力の大きさを T_Q とすると,運動方程式は,

$$m \frac{v_Q^2}{L} = T_Q - mg \cos \theta$$

v_P は力学的エネルギー保存の法則より, Oを重力による位置エネルギーの基準にすれば,

$$0 = \frac{1}{2} m v_Q^2 - mgL \cos \theta$$

$m v_Q^2 = 2mgL \cos \theta$ として,運動方程式に代入すると,

$$2mg \cos \theta = T_Q - mg \cos \theta$$

$$T_Q = 3mg \cos \theta$$

R:Qの θ に0を入れればよいから,

$$T_R = 3mg$$

(補足) 張力の大きさを T_R とすると, 運動方程式は,

$$m \frac{v_R^2}{L} = T_R - mg$$

v_R は力学的エネルギー保存の法則より, Oを重力による位置エネルギーの基準にすれば,

$$0 = \frac{1}{2}mv_R^2 - mgL$$

これより, $mv_R^2 = 2mgL$ となるので, 運動方程式に代入すると, $2mg = T_R - mg$ したがって, $T_R = 3mg$ となる。

同じことを繰り返すよりも, 前にやった結果をうまく利用できるとスマートですね。