

質点のつりあいの条件を求めるとき、状況に応じて解き方を変えることができれば、計算はずっと速く確実にできるようになります。多面的な見方が大切です。

①解法は大きく分けて2通りあります。

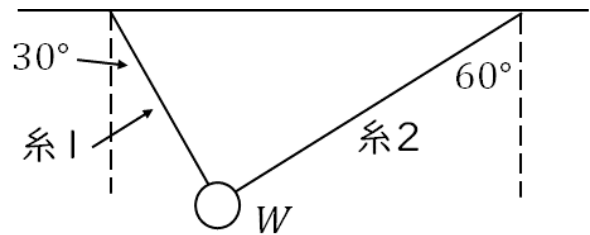
(1) 力のベクトルで図形的に解く方法

30°, 45°, 60°, あるいは3:4:5の関係があるような場合は、一般的にいて、力のベクトルで図を書いて辺の長さの比の関係から解くのが速くて簡単です。さらに、三角関数のいろいろな公式を使えるようになると、一般的な角であっても計算できるようになります。

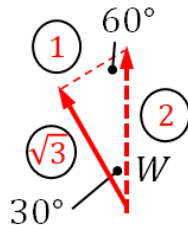
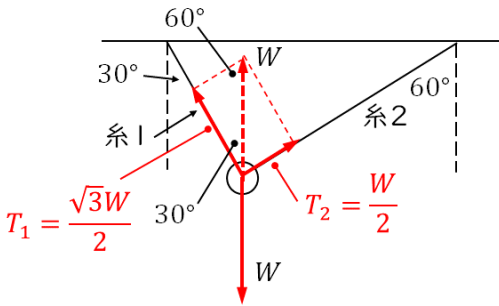
(2) 成分ごとのつりあいで計算する方法

教科書では、おもにこちらの方法で説明してあります。なぜなら、特に1年生ではベクトルを表に出すと手が付けられなくなるからです。手堅く解くことができますが、計算が多少面倒になり、時間がかかることがよくあります。

②<練習問題1>図のように、重さ W の物体を水平な天井につるして静止させたとき、系1と系2の張力の大きさ T_1, T_2 を、次の2つの方法で求めてください。



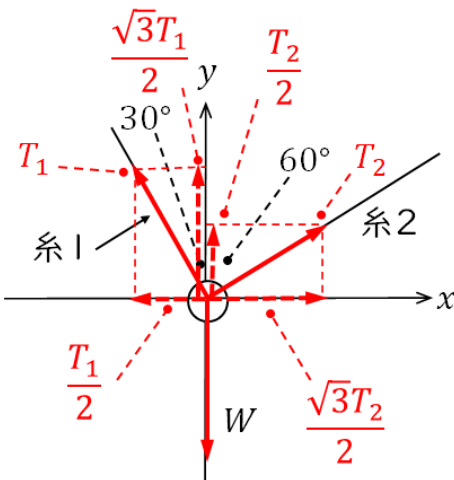
(1) 力のベクトルで図形的に解く方法



(説明) ベクトルでつりあいのようすを描いて、三角形をつくります。図から、辺の長さの比が $1:2:\sqrt{3}$ であることがわかるので、

$$T_1 = \frac{\sqrt{3}W}{2}, \quad T_2 = \frac{W}{2}$$

(2) 成分ごとのつりあいで計算する方法



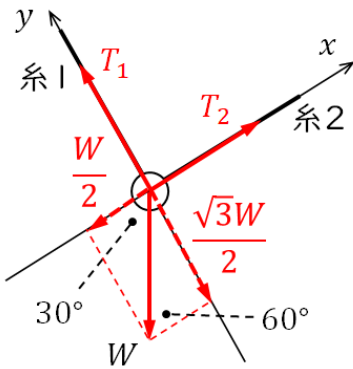
(説明) 複雑そうな図ですが、書き込みを減らすと簡単な図であることがわかります。自分で書いてみましょう。なお、ベクトルの長さは適当で構いません。

水平(x)方向のつりあい $\frac{\sqrt{3}T_2}{2} - \frac{T_1}{2} = 0$

鉛直(y)方向のつりあい $\frac{\sqrt{3}T_1}{2} + \frac{T_2}{2} - W = 0$

両式から求めると、 $T_1 = \frac{\sqrt{3}W}{2}, \quad T_2 = \frac{W}{2}$

(別解) 先の(2)の水平方向,鉛直方向の成分で計算するやり方は,教科書に書いてある基本的なやり方ではあっても,ベストの解法ではありません。



系2に垂直な方向のつりあいを考えると, T_2 が現れません。

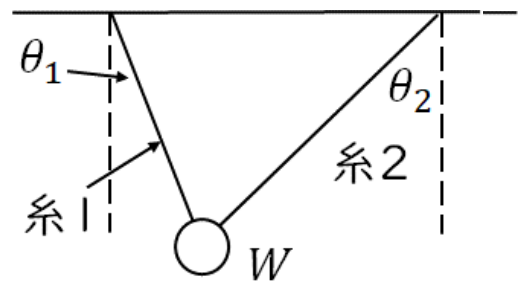
$$T_1 - \frac{\sqrt{3}W}{2} = 0$$

系1に垂直な方向のつりあいを考えると, T_1 が現れません。

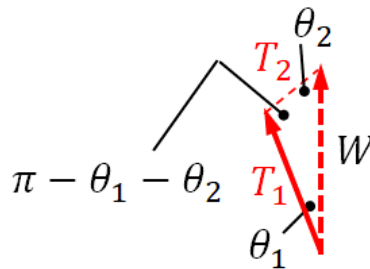
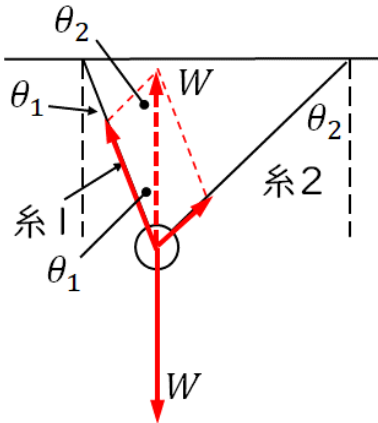
$$T_2 - \frac{W}{2} = 0$$

両式からたちどころに, $T_1 = \frac{\sqrt{3}W}{2}$, $T_2 = \frac{W}{2}$

③<練習問題2>図のように,重さ W の物体を水平な天井につるして静止させたとき,系1と系2の張力の大きさ T_1 , T_2 を,次の2つの方法で求めてください。



(1) 力のベクトルで図形的に解く方法



(説明) ベクトルでつりあいのようすを描いて,三角形をつくりまします。図から,三角関数の正弦定理が頭に浮かんでくればしめたものです。

正弦定理から, $\frac{T_1}{\sin \theta_2} = \frac{T_2}{\sin \theta_1} = \frac{W}{\sin(\pi - \theta_1 - \theta_2)}$

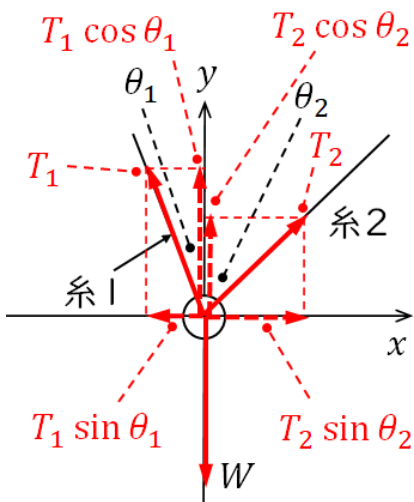
公式「 $\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$ 」を用いると,

$\sin(\pi - \theta_1 - \theta_2) = \sin(\theta_1 + \theta_2)$ となるので,あらためて

$$\frac{T_1}{\sin \theta_2} = \frac{T_2}{\sin \theta_1} = \frac{W}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}$$

これより, $T_1 = \frac{W \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}$ $T_2 = \frac{W \sin \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}$

(2) 成分ごとのつりあいで計算する方法



(説明) ベクトルの長さは適当で構いません。

水平(x)方向 $-T_1 \sin \theta_1 + T_2 \sin \theta_2 = 0$

鉛直(y)方向 $T_1 \cos \theta_1 + T_2 \cos \theta_2 - W = 0$

両式から求めると,

$$T_1 = \frac{W \sin \theta_2}{\sin \theta_1 \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \sin \theta_2}$$

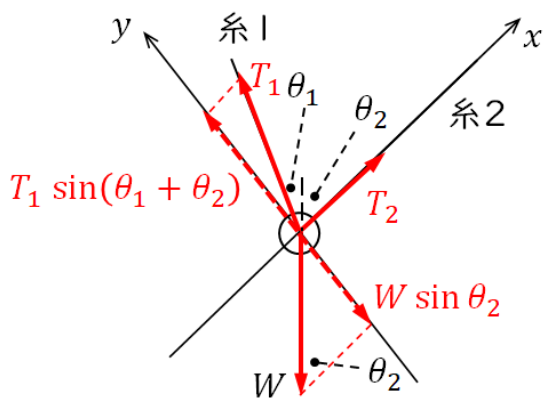
$$T_2 = \frac{W \sin \theta_1}{\sin \theta_1 \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \sin \theta_2}$$

正弦の加法定理を用いると,

$$T_1 = \frac{W \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \quad T_2 = \frac{W \sin \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}$$

特に指示がなければ
まとめなくてもよい

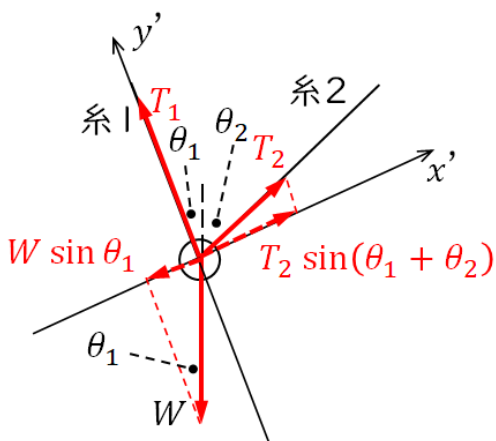
(別解)



系2に垂直な方向の力のつりあいから

$$T_1 \sin(\theta_1 + \theta_2) - W \sin \theta_2 = 0$$

$$T_1 = \frac{W \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}$$



系1に垂直な方向の力のつりあいから

$$T_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) - W \sin \theta_1 = 0$$

$$T_2 = \frac{W \sin \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}$$