衝突するとき，衝突前の状況と，はねかえりぐあいを示す反発係数がわかれば，衝突後のようすを知ることができます。

❶直線上の衝突

2球の衝突で，いままでは，衝突後の2球の速度のうち一方はわかっていたのですが，どちらもわからない場合もあります。この場合には，2つの方程式が必要になります。一つは運動量保存の法則です。もう一つは反発係数の式です。

◇反発係数をことばで書くと，

p. 51の9行目から書いてあります。

衝突前に近づく速さに対する衝突後に遠ざかる速さの比を反発係数といいます。

$$\text{反発係数} = \frac{\text{衝突後に遠ざかる速さ}}{\text{衝突前に近づく速さ}}$$

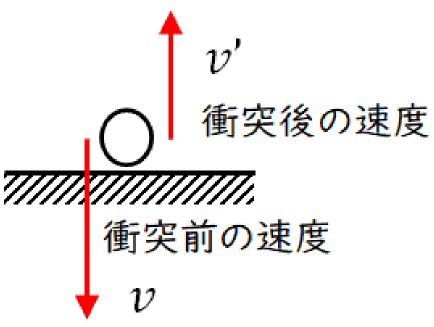
<問題>次の場合，反発係数（文字では e で表します）を式で表してください。

（図a）　$e = -\dfrac{v'}{v}$　　（図b）　$e = -\dfrac{v_1' - v_2'}{v_1 - v_2}$

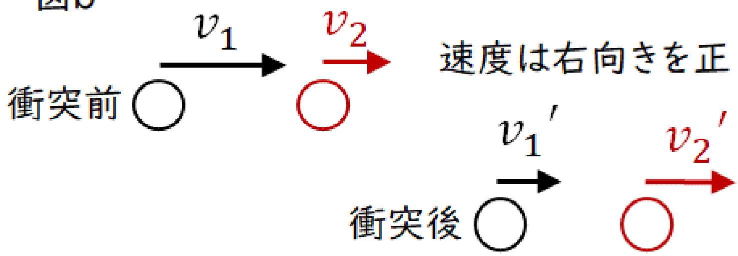
（注意）公式はすべて速度で表されています

図a

速度は下向きを正とする



図b



図aでは，$v' < 0$ なので，反発係数の定義通りだと，$e = \dfrac{-v'}{v}$ がよさそうに思います。

また，図bでも，$v_2' - v_1' > 0$ なので，$e = \dfrac{v_2' - v_1{}'}{v_1 - v_2}$ の方が－もつかないし，よさそうに思えます。

では，なぜそうしないのでしょうか。それは，実際の問題ではいろいろな場合があり，その都度，「近づく速さがこうで，遠ざかる速さがこうで」と場合分けしながら考えるのが大変だからです。先に掲げた－付きの式にしておけば，機械的に速度を当てはめていけば正しく計算できるので，公式としているのです。しっかりと覚えて，上手に使いましょう。

❷平面との斜めの衝突

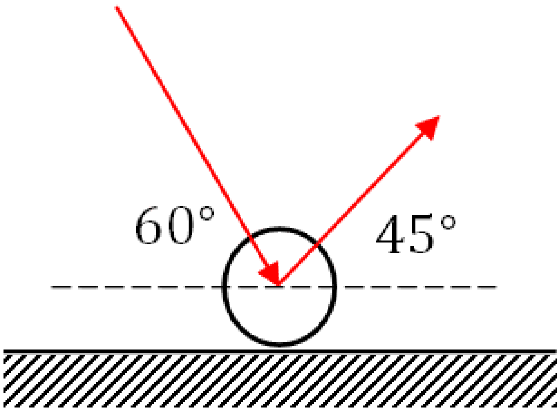
平面との衝突で反発係数はどのように適用されますか。

面に垂直な速度成分について，反発係数の式が成り立ちます。斜めの速さは使えません。

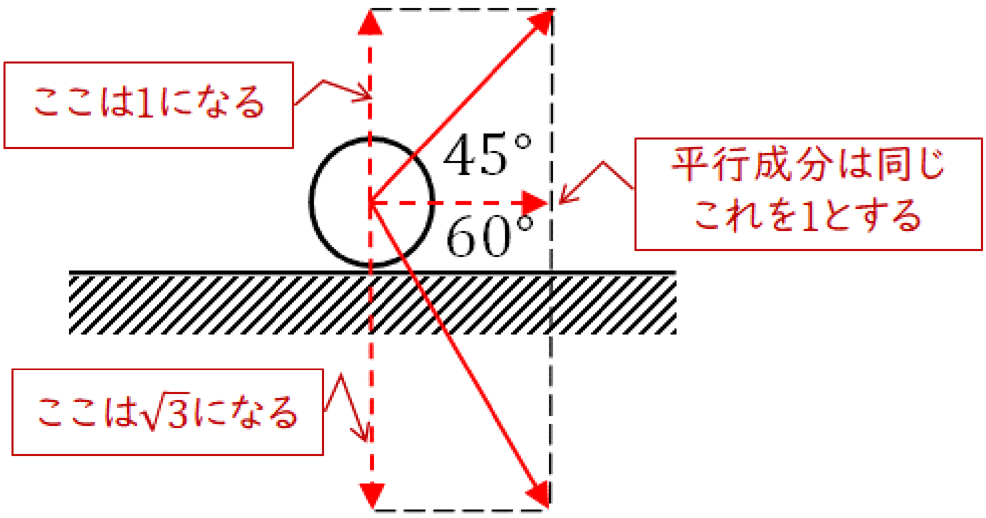
なめらかな平面との衝突の場合，面と平行な速度成分はどうなりますか。

なめらかな面であれば，面に平行に摩擦力がはたらくことはありませんから，面と平行な速度成分は変化しません。

<練習1> 図のように水平でなめらかな床に小球が 60° の角度で衝突し，45° の角度ではねかえりました。小球と床との間の反発係数を求めてください。



（解説）面に平行な速度成分は変わらないということがポイントになります。この点に注意して，速度ベクトルを描きなおすと，



反発係数は，面に垂直な成分で速さの比をとると，

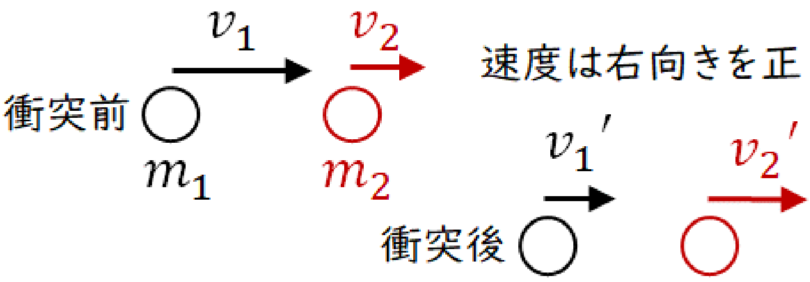
$$e = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

答えは，有理化をしていても，していなくても構いません。
（手で計算するときは，有理化をした方が一般的には楽になります。）

❸2球の衝突

式を立てるのは,それほど難しくありませんが,要領よく計算するのはそれなりに大変です。習うより慣れろです。

<練習2> 図のような衝突が起きました。2球の間の反発係数を e とします。衝突後の速度 $v_1{}'$, $v_2{}'$ を v_1, v_2, m_1, m_2, e で表してください。



(1)運動量保存の法則を書いてください。

$$m_1v_1+m_2v_2=m_1v_1{}'+m_2v_2{}' \cdots ①$$

(2)反発係数の式を書いてください。

$$e=-\frac{v_1{}'-v_2{}'}{v_1-v_2} \quad \cdots ②$$

(3)計算用紙の広いところで,落ち着いて計算してください。その結果を書きましょう。

$$v_1' = \frac{(m_1-em_2)v_1+(1+e)m_2v_2}{m_1+\ m_2}$$

$$v_2{}' = \frac{(1+e)m_1v_1+(m_2-em_1)v_2}{m_1+\ m_2}$$

まとめ方はいろいろ

※①②の連立2元1次方程式になっています。大まかにいって,3通りの解き方がありますが,意識できていますか。

ikeT 物理11(解説)の(補足に詳しく述べてあります)見直しておきましょう。加減法を用いた方法を次に示しておきます。

（計算例）加減法を用いてやります。

$$m_1v_1+m_2v_2=m_1v_1{}'+m_2v_2{}' \cdots ①$$

$$e=-\frac{v_1{}'-v_2{}'}{v_1-v_2} \quad \cdots ② \text{ から}$$

$$ev_1-ev_2=-v_1'+v_2{}' \quad \cdots ②'$$

$v_2{}'$ を消去するために ①$-m_2\times$②$'$とすると，

$$m_1v_1-em_2v_1+m_2v_2+em_2v_2=m_1v_1'+m_2v_1'$$

$$v_1'=\frac{(m_1-em_2)v_1+(1+e)m_2v_2}{m_1+\ m_2}$$

となります。加減法は一般的に見通しがよいので計算も確実にできます。この結果を②’に代入して $v_2{}'$ を求めてもよいのですが，もう一度加減法を使って，①+$m_1\times$②$'$を計算した方がはやいでしょう。

（付け加えておきます）

２つの式は対称性が高いことがわかります。つまり，添え字の１と２を入れ換えても変わりません。ですから，答えも，v_1' が求められたら，１と２を入れ換えれば，$v_2{}'$ になります。確かめておきましょう。（うかつにはしない方がいいですが，検算には使えそうですね。）