運動量保存の法則を使う練習をしましょう。保存則は正しく使えば，使い方が決まっているので，ある意味，機械的にやってしまえて考えなくてよいのです。

❶平面で扱う衝突

考え方は非常にシンプルです。

「直交する2方向（x, y座標）でそれぞれの運動量成分を求め，成分ごとに運動量保存の法則を適用する。」

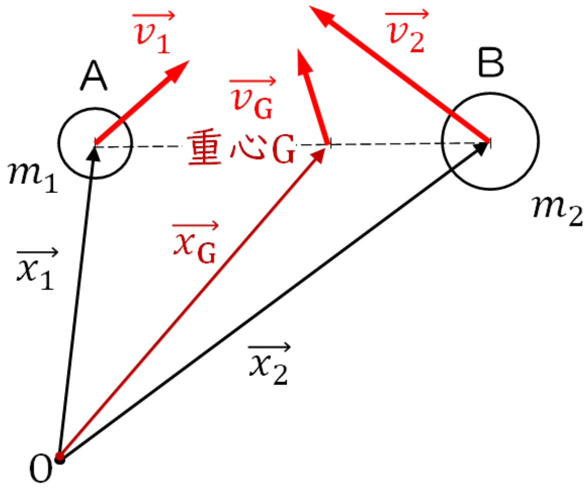
このとき，運動量は（ ベクトル ）量なので向きがあります。したがって，成分計算するときには（ 正負 ）の符号をしっかりとつけましょう。

❷分裂や合体

分裂は，同じ速度で進んでいた2物体が分かれたと考えます。また，合体は2物体が同じ速度で進むようになると考えます。基本的に❶と同じように扱えます。

❸重心の運動は等速直線運動になる。

教科書ではこのテーマは「参考」扱いになっています。しかし，理解しておくと，これから問題を解いていくときにいろいろと好都合です。それほど難しくありませんので，ベクトルで書いていますが，スカラーと同じです。さあ，チャレンジしましょう。



①重心の位置ベクトル $\overrightarrow{x_G}$ を，$m_1, m_2, \overrightarrow{x_1}$，$\overrightarrow{x_2}$ で表してください。

（これは，知識として覚えておきましょう。ベクトル記号がついただけです。）

$$\overrightarrow{x_G} = \frac{m_1\overrightarrow{x_1} + m_2\overrightarrow{x_2}}{m_1 + m_2} \quad \cdots (1)$$

②微小時間 Δt の間のそれぞれの変位を，$\Delta\overrightarrow{x_\mathrm{G}}$，$\Delta\overrightarrow{x_1}$，$\Delta\overrightarrow{x_2}$ とおいて，重心の速度ベクトル $\overrightarrow{v_\mathrm{G}}$ を，m_1，m_2，$\overrightarrow{v_1}$，$\overrightarrow{v_2}$ で表してください。
（これも，こんな感じで計算するという見本です。）

微小時間後の位置ベクトルを $\overrightarrow{x_\mathrm{G}'}$，$\overrightarrow{x_1'}$，$\overrightarrow{x_2'}$ とすると，

$$\overrightarrow{x_\mathrm{G}'}=\frac{m_1\overrightarrow{x_1'}+m_2\overrightarrow{x_2'}}{m_1+m_2}\quad\cdots(2)$$

この後の展開は，$\overrightarrow{v_\mathrm{G}}$ を求めるという観点でストーリーを考えましょう。次のようになります。

(2)－(1)

$$\overrightarrow{x_\mathrm{G}'}-\overrightarrow{x_\mathrm{G}}=\frac{m_1\left(\overrightarrow{x_1'}-\overrightarrow{x_1}\right)+m_2\left(\overrightarrow{x_2'}-\overrightarrow{x_2}\right)}{m_1+m_2}$$

$$\Delta\overrightarrow{x_\mathrm{G}}=\frac{m_1\Delta\overrightarrow{x_1}+m_2\Delta\overrightarrow{x_2}}{m_1+m_2}\quad\cdots(3)$$

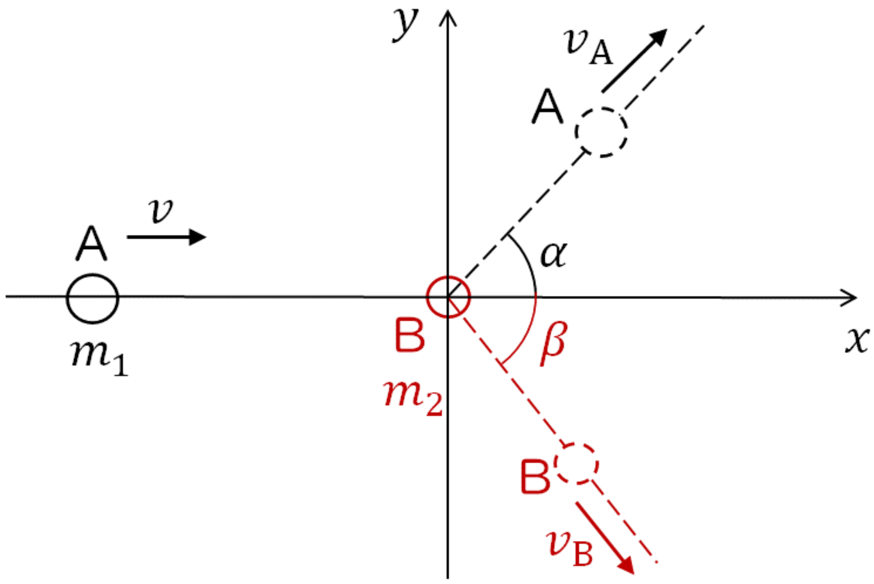
$$\frac{(3)}{\Delta t}\qquad\frac{\Delta\overrightarrow{x_\mathrm{G}}}{\Delta t}=\frac{m_1\dfrac{\Delta\overrightarrow{x_1}}{\Delta t}+m_2\dfrac{\Delta\overrightarrow{x_2}}{\Delta t}}{m_1+m_2}$$

$$\overrightarrow{v_\mathrm{G}}=\frac{m_1\overrightarrow{v_1}+m_2\overrightarrow{v_2}}{m_1+m_2}\quad\cdots(4)$$

③運動量保存の法則が成り立つ場合には，重心速度が一定であることを説明してください。

(説明)(4)式右辺の分子を見ると，2物体の運動量の和になっている。運動量保存の法則が成り立っているのだからこれは一定である。したがって，重心速度は一定である。

<問題> 図のような衝突が起きた。衝突後の2球の速さ v_A と v_B を他の文字を使って表してください。



(1)運動量保存の法則を x 方向, y 方向の成分で式を立て, 計算して求めてください。

(説明) x 方向の運動量保存の法則は, 運動量の x 成分で計算します。

$m_1 v = m_1 v_A \cos\alpha + m_2 v_B \cos\beta$ ・・・①

y 方向の運動量保存の法則は, 運動量の y 成分で計算します。

$0 = m_1 v_A \sin\alpha - m_2 v_B \sin\beta$ ・・・②

(重要)負の成分を足すので, ここは−符号です。

なお, 絶対ではありませんが, 一般的には, 三角関数の加法定理を使って答えを簡単にします。1年生のときにはまだ三角法や三角関数の各種公式が十分に使えなかったと思

いますが，2年生以降は積極的に使っていきます。ですから，公式をすぐに使えるように整理して覚えておきましょう。

<補足> 連立2元1次方程式ですね。これを解く方法で代表的なものは，加減法，代入法，等値法の3つです。例として $x-2y=-4$ …① $2x-y=1$ …② を解きます。

☆加減法 ①×2−② $-3y=-9$ ゆえに $y=3$ ①に代入して，$x=2$

☆代入法 ①より，$x=2y-4$ ･･･③ ②に代入して，$2(2y-4)-y=1$

ゆえに，$y=3$ これを③に代入して，$x=2$

☆等値法 ①より，$x=2y-4$ ･･･①′ ②より $x=\frac{y+1}{2}$

したがって，$2y-4=\frac{y+1}{2}$ ゆえに，$y=3$ ①′に代入して，，$x=2$

では，実際に解いていきます。自分でうまく解けなかった人も落胆することはありません。今はまねをして身につけていく時期です。「学ぶ」の語源は「まねぶ」です？

（計算例）ikeTが大好きなのは加減法です。結構，暗算で式変形を進められるからです。求めたいのは v_A と v_B です。念のため。

$$m_1 v = m_1 v_\mathrm{A}\cos\alpha + m_2 v_\mathrm{B}\cos\beta \quad \cdots ①$$

$$0 = m_1 v_\mathrm{A}\sin\alpha - m_2 v_\mathrm{B}\sin\beta \quad \cdots ②$$

まず，v_Bを消去して v_A を求めるにはどうしたよいかというと，v_B にかかる係数を同じにして，両式を足せばよいのです。

①×$\sin\beta$+②×$\cos\beta$

$$
\begin{aligned}
m_1 v \sin\beta &= m_1 v_{\mathrm{A}} \cos\alpha \sin\beta + m_1 v_{\mathrm{A}} \sin\alpha \cos\beta \\
&= m_1 v_{\mathrm{A}} (\cos\alpha \sin\beta + \sin\alpha \cos\beta) \\
&= m_1 v_{\mathrm{A}} (\sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta) \\
&= m_1 v_{\mathrm{A}} \sin(\alpha + \beta)
\end{aligned}
$$

正弦の加法定理を見やすくするために（　）内の順番を変えただけです。

$$
v_{\mathrm{A}} = \frac{v \sin\beta}{\sin(\alpha + \beta)}
$$

次に，v_{A} を消去して v_{B} を求めるにはどうしたよいかというと，先ほど求めた v_{A} をたとえば②式に代入すればよいのです。すると，

$$
v_{\mathrm{B}} = \frac{m_1 v \sin\alpha}{m_2 \sin(\alpha + \beta)}
$$

練習として，①，②式の v_{A} にかかる係数を同じにして，両式を足して v_{B} を求めてみておいてください。

それでは，次に運動量ベクトルを使って，解く方法を説明しましょう。この方法は，とても便利ですばやくできるので，推しなのですが，ベクトルや三角関数の公式を使うので，教科書的には敬遠して記載されていない方法です。皆さんのようすを見ていると，けっしてむつかしくはありません。

(2)運動量ベクトルを使って運動量保存の法則を図形的に描き，三角関数における正弦定理の知識を使って求めてください。

（説明）図１を見てください。物体から引いてある矢印は速度ベクトルではありません。長さが運動量の大きさに比例した，運動量ベクトルです。運動量ベクトルは，ベクトル量である運動量をずばりと示しています。

図2は，衝突後の運動量ベクトルの和を点線の矢印で示したものです。運動量が保存するのであれば，この点線で示したベクトルと，図１の衝突前の運動量ベクトルが一致します。

図１

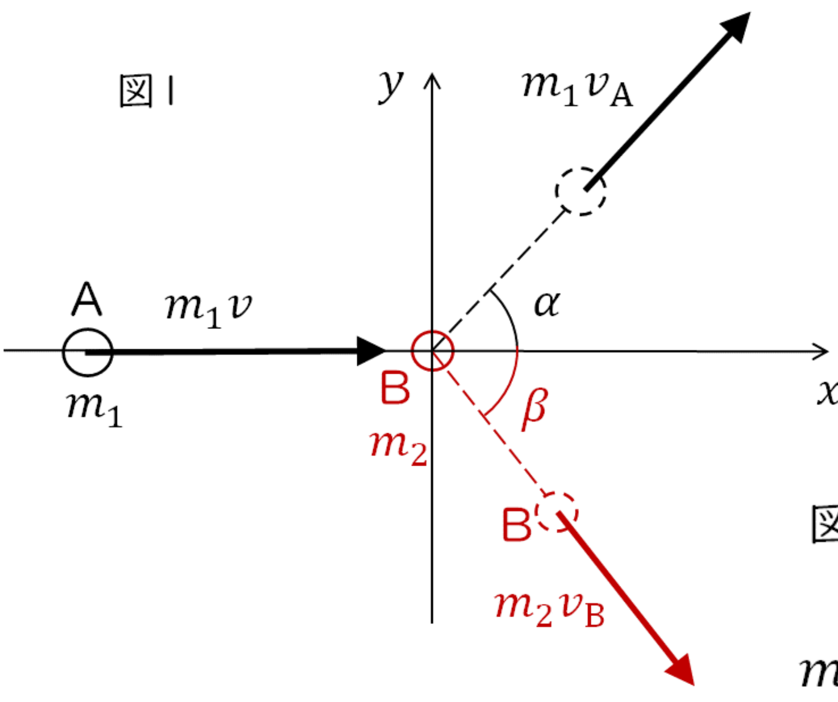


図2

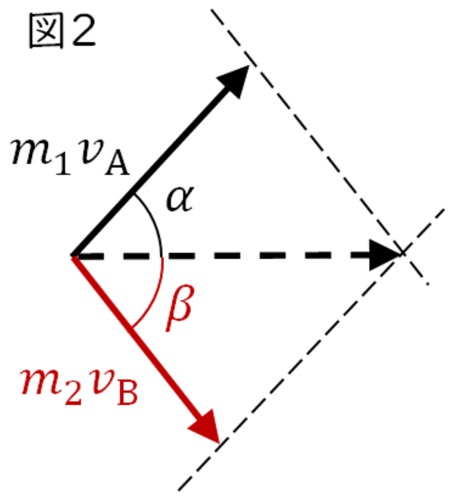
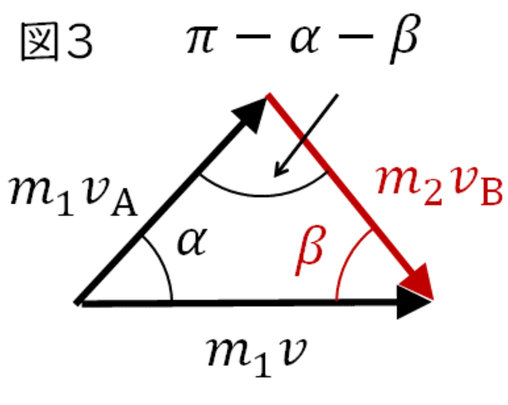


図3



そこで，運動量の保存を示す運動量ベクトルの関係を示すものが図3になります。

図3において，三角関数の正弦定理を適用すると，

$$\frac{m_2 v_{\mathrm{B}}}{\sin\alpha} = \frac{m_1 v_{\mathrm{A}}}{\sin\beta} = \frac{m_1 v}{\sin(\pi-\alpha-\beta)}$$

$$= \frac{m_1 v}{\sin(\alpha+\beta)}$$

$\sin(\pi-\theta) = \sin\theta$ の関係を使って，変形した。

これよりたちどころに，

$$v_{\mathrm{A}} = \frac{v\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)} \quad , \quad v_{\mathrm{B}} = \frac{m_1 v \sin\alpha}{m_2 \sin(\alpha+\beta)}$$

と求められます。正弦定理は結構役に立ちます。実際に書くのは図2だけです。ちょっとすごいと思いませんか？ いかがですか，使えるといいですね。