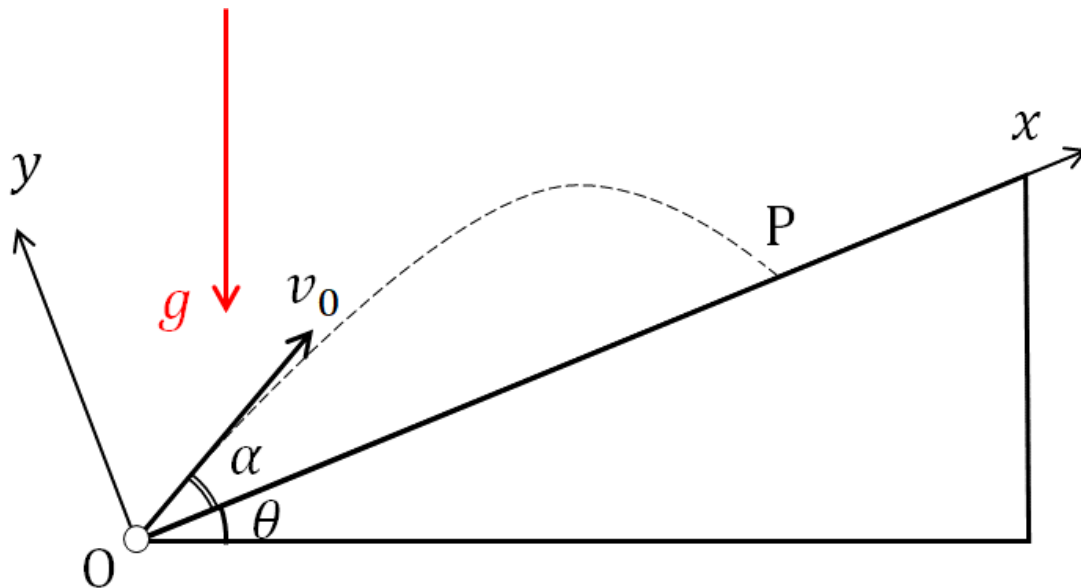


座標の取り方は、水平方向と鉛直方向と決まっているわけではありません。
また、落下運動で、空気の抵抗も考慮する場合があります。

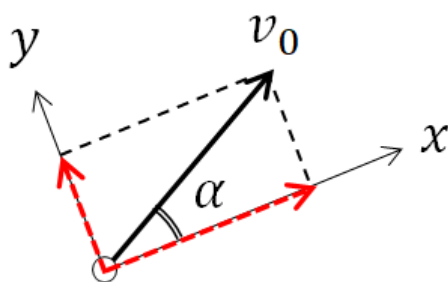
① 斜面からの斜方投射

斜面での投射は、斜面と平行な方向と垂直な方向に成分を分けた方がすっきりと計算できます。ただし、重力の加速度を成分に分け、両方向とも等加速度直線運動として扱うので、少しだけ慣れる必要があります。



(解答例)

(1) 初速度の x 成分と y 成分はいくらですか。



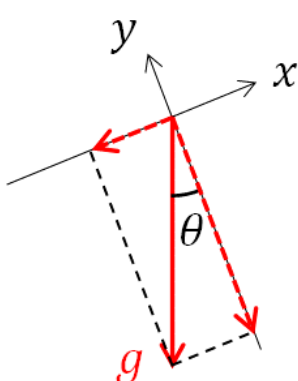
左図のように分解できるので、

x 成分 $v_0 \cos \alpha$

y 成分 $v_0 \sin \alpha$

(角度を間違えないように気をつけましょう。)

(2) 重力加速度の x 成分と y 成分はいくらですか。



左図のように分解できるので、

x 成分 $-g \sin \theta$

y 成分 $-g \cos \theta$

(角度を間違えないように気をつけましょう。また、成分はそれぞれ負の向きなので、 $-$ をつけましょう。)

(3) O から投げ出した物体が P で斜面にぶつかるまでの時間はいくらですか。
y 方向で等加速度直線運動を考えます。

求める時間を t としたとき, t において $y = 0$ と置くのが基本ですが, ここでは, $v =$ の式を使いましょう。

運動の対称性から, t において $v = -v_0 \sin \alpha$ になるので,

$$-v_0 \sin \alpha = v_0 \sin \alpha - g \cos \theta \cdot t \quad t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g \cos \theta}$$

($\sin, \cos, \alpha, \theta$ に十分注意しましょう)

(4) OP 間の距離はいくらですか。

(余弦の加法定理 $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$ を使います。)

x 方向でも等加速度直線運動を考えます。求める距離を L とすると,

$$\begin{aligned} L &= v_0 \cos \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g \sin \theta \cdot t^2 = v_0 \cos \alpha \frac{2v_0 \sin \alpha}{g \cos \theta} - \frac{g \sin \theta}{2} \left(\frac{2v_0 \sin \alpha}{g \cos \theta} \right)^2 \\ &= \frac{2v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g \cos \theta} - \frac{2v_0^2 \sin \theta \sin^2 \alpha}{g \cos^2 \theta} = 2v_0^2 \frac{\cos \theta \cos \alpha \sin \alpha - \sin \theta \sin^2 \alpha}{g \cos^2 \theta} \\ &= 2v_0^2 \sin \alpha \frac{\cos \theta \cos \alpha - \sin \theta \sin \alpha}{g \cos^2 \theta} = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos(\theta + \alpha)}{g \cos^2 \theta} \end{aligned}$$

② 雨滴はゆっくり落ちてくる

風のないときに上空から落下してくる雨滴の速さを考えてみましょう。霧雨ぐらいであれば, 雨滴は速さ v に比例した空気抵抗 kv を鉛直上向きに受けます。雨滴の質量を m , 重力加速度の大きさを g とします。

(解答例)

(1) 雨滴が落下を始めたときの加速度の大きさはいくらですか。

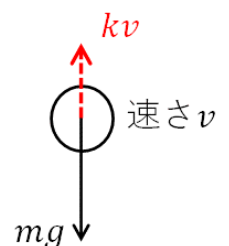
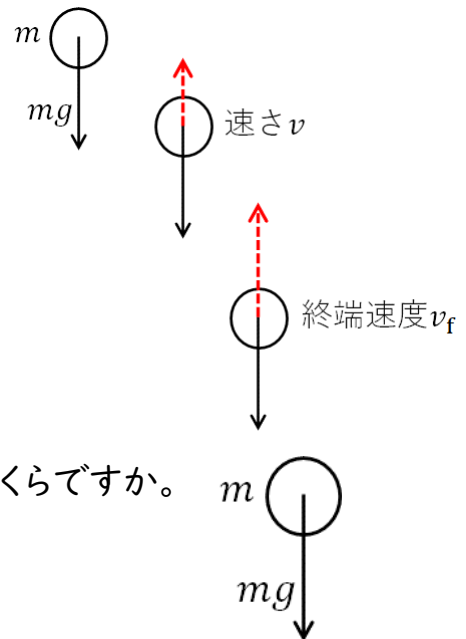
加速度の大きさを a とする。運動方程式

$$ma = mg \text{ より } a = g$$

(2) 雨滴の速さが v になったときの加速度の大きさはいくらですか。

運動方程式

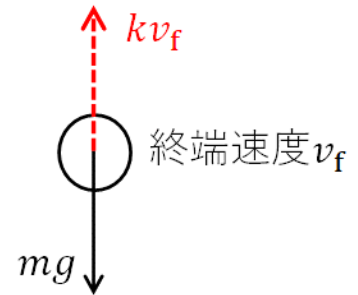
$$ma = mg - kv \text{ より } a = g - \frac{k}{m}v$$



(3) 加速度が0になったときの雨滴の速さ(終端速度) v_f はいくらですか。

運動方程式

$$m \times 0 = mg - kv_f \text{ より } v_f = \frac{mg}{k}$$

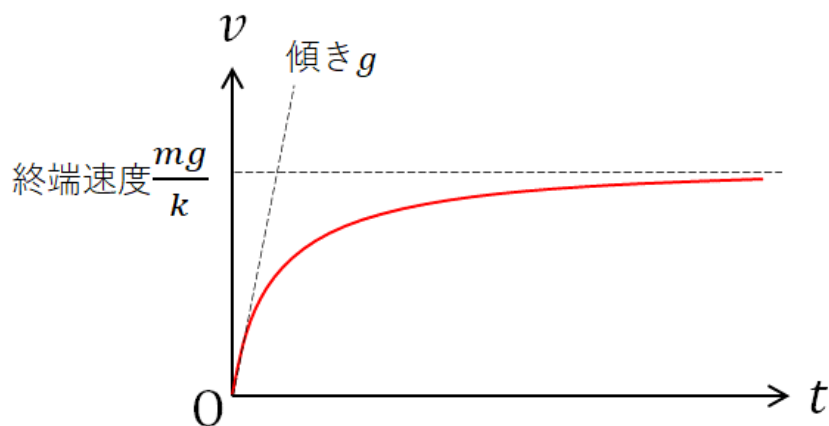


(5) 加速度は $v-t$ グラフの傾きに等しいことを考慮して, 雨滴の $v-t$ グラフの概形を書きなさい。ただし, t は落下を始めてからの時間を表しています。

<グラフのポイント>

- ・落下を始めたとき空気抵抗はなく, 加速度の大きさは g である。したがって, 時刻0のときのグラフの傾き(加速度に等しい)は g に等しい。
- ・終端速度に達するまでは加速度は正なので, だんだん速くなっていく。
- ・(2)より, 速くなるにつれて加速度は小さくなり, グラフの傾きは小さくなっていく。
- ・速さは, 終端速度より大きくなるらない。

以上のことをもとに概形として次のようなグラフを描く。



(6) 落下する物体によっては, 速さの二乗に比例した空気抵抗を受けることがあります。物体の質量を M , 比例定数を K とすると, 終端速度 V_f はどう表されますか。

運動方程式

$$M \times 0 = Mg - Kv_f^2 \text{ より } v_f = \sqrt{\frac{Mg}{K}}$$

