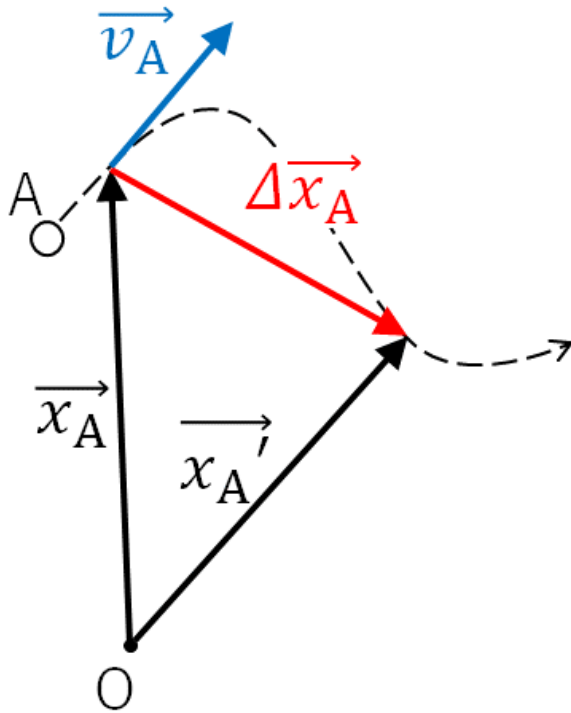


物理では、直線上だけでなく平面上の運動を扱います。平面上の運動を表現するときに大活躍するのがベクトルなのです。

①位置ベクトル, 変位ベクトル, 速度ベクトル



基準になる点から物体に向かって引いたベクトルを位置ベクトルといいます。

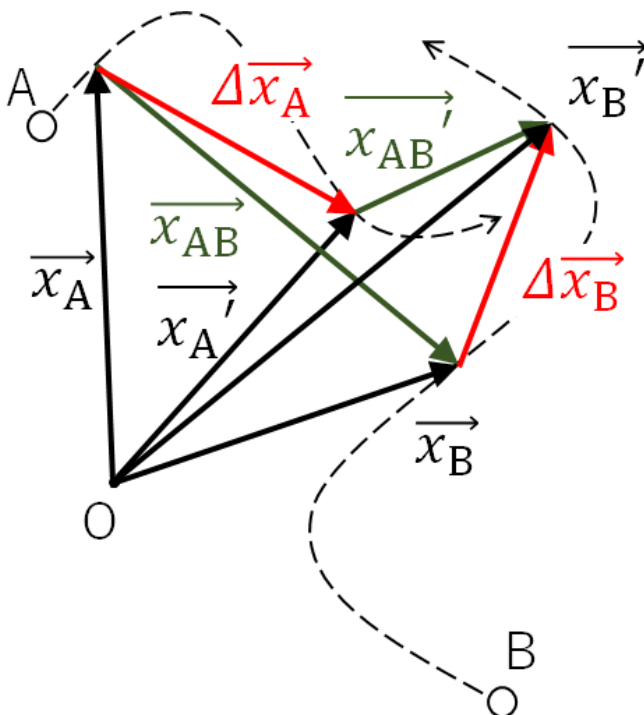
$\vec{x}_A, \vec{x}_{A'}$ は、それぞれ時刻 t および t' における物体 A の位置ベクトルです。

$\Delta\vec{x}_A = \vec{x}_{A'} - \vec{x}_A$ はこの間の変位を表し、変位ベクトルと呼ばれます。

$$\frac{\vec{x}_{A'} - \vec{x}_A}{t' - t} = \frac{\Delta\vec{x}_A}{\Delta t} = \vec{v}_A$$

はこの間の平均の速度を表すベクトルです。 Δt を限りなく小さくとしたときの平均の速度は、特に瞬間の速度と呼ばれ、図の \vec{v}_A が時刻 t における速度ベクトルで、物体の運動の経路の接線方向を向きます。

②図で見るベクトルの関係



物体AとBが運動するとき、位置ベクトルの関係はどうなっているのでしょうか。

Aから見たBの運動を、Aに対するBの相対運動ということにしましょう。

図のように、Bの位置ベクトルからAの位置ベクトルを引くと、Aに対するBの相対的な位置ベクトルが得られます。

$$\vec{x}_B - \vec{x}_A = \vec{x}_{AB}$$

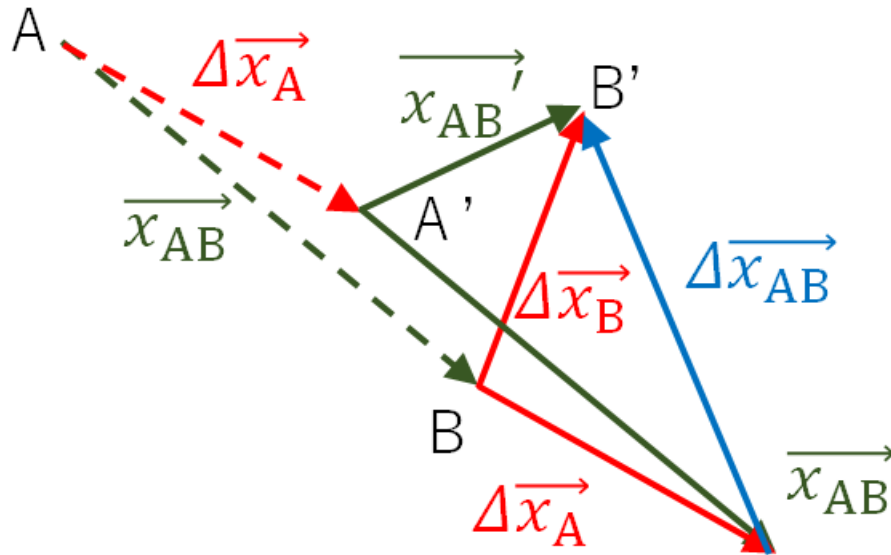
また、Aの位置ベクトルにAから見たBの相対的な位置ベクトルを足すと、Bの位置ベクトルが得られます。

$$\vec{x}_A + \vec{x}_{AB} = \vec{x}_B$$

次に変位ベクトルを考えましょう。

<問題>Aに対するBの相対位置の変化 $\Delta \vec{x}_{AB}$ は、 $\Delta \vec{x}_{AB} = \vec{x}_{AB}' - \vec{x}_{AB}$ ですが、A、Bそれぞれの変位ベクトルを使って、 $\Delta \vec{x}_{AB} = \Delta \vec{x}_B - \Delta \vec{x}_A$ と表されることを下の図で実際に作図して確かめてみなさい。

(解答例)



③式で見るベクトルの関係

$$\begin{aligned} \Delta \vec{x}_A &= \vec{x}_A' - \vec{x}_A & \Delta \vec{x}_B &= \vec{x}_B' - \vec{x}_B \\ \vec{x}_{AB} &= \vec{x}_B - \vec{x}_A & \vec{x}_{AB}' &= \vec{x}_B' - \vec{x}_A' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta \vec{x}_{AB} &= \vec{x}_{AB}' - \vec{x}_{AB} = (\vec{x}_B' - \vec{x}_A') - (\vec{x}_B - \vec{x}_A) \\ &= (\vec{x}_B' - \vec{x}_B) - (\vec{x}_A' - \vec{x}_A) = \Delta \vec{x}_B - \Delta \vec{x}_A \end{aligned}$$

$$\Delta \vec{x}_{AB} = \Delta \vec{x}_B - \Delta \vec{x}_A \quad \frac{\Delta \vec{x}_{AB}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{x}_B}{\Delta t} - \frac{\Delta \vec{x}_A}{\Delta t}$$

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_B - \vec{v}_A \quad \text{同様にして、} \vec{a}_{AB} = \vec{a}_B - \vec{a}_A \text{ も求められる。}$$

④式の関係

$$\vec{x}_{AB} = \vec{x}_B - \vec{x}_A \quad \cdots \textcircled{1} \quad \vec{x}_A + \vec{x}_{AB} = \vec{x}_B \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_B - \vec{v}_A \quad \cdots \textcircled{3} \quad \vec{v}_A + \vec{v}_{AB} = \vec{v}_B \quad \cdots \textcircled{4}$$

$$\vec{a}_{AB} = \vec{a}_B - \vec{a}_A \quad \cdots \textcircled{5} \quad \vec{a}_A + \vec{a}_{AB} = \vec{a}_B \quad \cdots \textcircled{6}$$

位置ベクトル、速度ベクトル、加速度ベクトルについて、①は相対位置、③は相対速度、⑤は相対加速度を示しています。②は位置の合成、④は速度の合成、⑥は加速度の合成を示しています。数学的に同じ構造になっていることがわかります。