発例17

$$Q = IVt = I^2Rt = \frac{V^2}{R}t$$

$$\Downarrow$$

$$Q = \underline{C}\Delta T = \underline{mc}\Delta T$$

ここが複数物体の和になる。

$$\underbrace{1.0}_{I[A]} \times \underbrace{6.0}_{V[V]} \times \underbrace{10 \times 60}_{t[s]} = (\underbrace{1.5\times10^2}_{\substack{m_{銅}\\ [g]}} \times \underbrace{0.39}_{\substack{c_{銅}\\ [J/(g\cdot K)]}} + \underbrace{1.5\times10^2}_{m_{水}} \times \underbrace{4.2}_{c_{水}}) \times \underbrace{(t-20.0)}_{\Delta T}$$

$$\frac{10\times60}{1.5\times10^2} = 4$$

$$= 1.5\times10^2 \times (0.39 + 4.2) \times (t-20.0)$$

$$24 = 4.59 \times (t - 20.0)$$

$$t = 20.0 + 5.22\cdots = 25.22\cdots$$

$$\underline{25.2\ ^\circ C}$$

発232

解答冊子の解答がスマートでしょう。
で……，少しちがった解答を試みます。

20Ωの抵抗にかかる電圧は　$20 \times 0.20 = 4.0\,V$

したがって，10ΩとXにかかる電圧は　$5.0 - 4.0 = 1.0\,V$

すると，10Ωの抵抗に流れる電流は，$\dfrac{1.0}{10} = 0.10\,A$

Xに流れる電流は，$0.20 - 0.10 = 0.10\,A$ → するどい人は，ここで
Xは10Ωとわかる！

Xの抵抗をR_x[Ω]とすると，

$$R_x = \frac{1.0}{0.10} = \underline{10\,\Omega}$$

発233

(1) 合成抵抗を R_1[Ω]とすると,

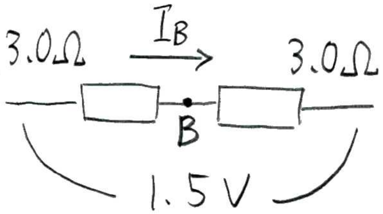
$$\frac{1}{R_1}=\frac{1}{R}+\frac{1}{2R}=\frac{3}{2R} \qquad R_1=\underline{\frac{2}{3}R}\,[\Omega]$$

(2) $R_1=\frac{2\,[\mathrm{V}]}{1\,[\mathrm{A}]}=\underline{2.0}\,\Omega$

↑計算しやすいところを選ぶ(どこでもよい)

(3) $2.0=\frac{2}{3}R$ なので $R=\underline{3.0}\,\Omega$

(4)



$$1.5=(3.0+3.0)I_B \qquad I_B=\frac{1.5}{6.0}=\underline{0.25}\,\mathrm{A}$$

(5) 合成抵抗を R_2[Ω]とすると,

$$\frac{1}{R_2}=\frac{1}{R'}+\frac{1}{3.0+3.0}=\frac{6+R'}{6R'} \qquad R_2=\frac{6R'}{6+R'}$$

グラフより

$$R_2=\frac{2}{2}=1.0\,\Omega \qquad よって,\ 1.0=\frac{6R'}{6+R'} \qquad 6+R'=6R'$$

$$R'=\frac{6}{5}=\underline{1.2}\,\Omega$$

発234

(1) $P_1 = \dfrac{2.0^2}{R_1} = \dfrac{4.0}{10} = \underline{0.40\ W}$

$P_2 = \dfrac{2.0^2}{R_2} = \dfrac{4.0}{30} = 0.133 = \underline{0.13}\ W$

$P_1 : P_2 = \dfrac{4.0}{10} : \dfrac{4.0}{30} = \underline{3 : 1}$

一般化すると，並列のとき，

$P_1 : P_2 = \dfrac{V^2}{R_1} : \dfrac{V^2}{R_2} = \underline{\underline{R_2 : R_1}}$

(2) $I = \dfrac{2.0}{10+30} = 5.0 \times 10^{-2}\ A$

$P_1 = (5.0 \times 10^{-2})^2 \times 10 = \underline{2.5 \times 10}^{-2}\ W$

$P_2 = (5.0 \times 10^{-2})^2 \times 30 = \underline{7.5 \times 10}^{-2}\ W$

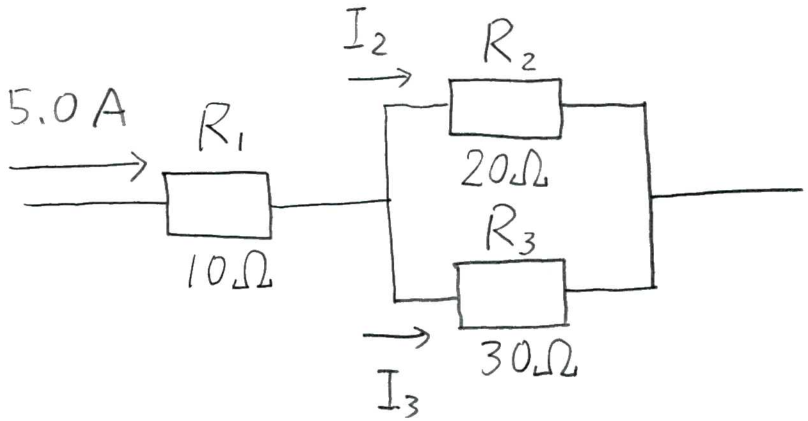
$P_1 : P_2 = 1 : 3$

逆になる

一般化すると，直列のとき，

$P_1 : P_2 = I^2R_1 : I^2R_2 = \underline{\underline{R_1 : R_2}}$

発 235



$I_2 : I_3 = 3 : 2$, $I_2 + I_3 = 5.0\,A$ なので,

$I_2 = 3.0\,A$, $I_3 = 2.0\,A$

したがって, 「$P = I^2 R$」より

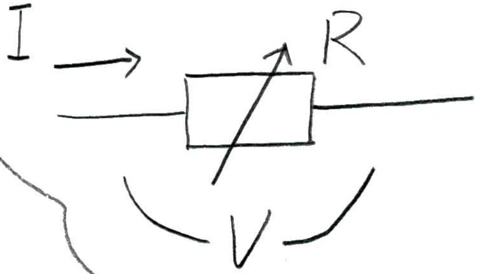
$P_1 = 5.0^2 \times 10 = \underline{2.5 \times 10^2\,W}$

$P_2 = 3.0^2 \times 20 = \underline{1.8 \times 10^2\,W}$

$P_3 = 2.0^2 \times 30 = \underline{1.2 \times 10^2\,W}$

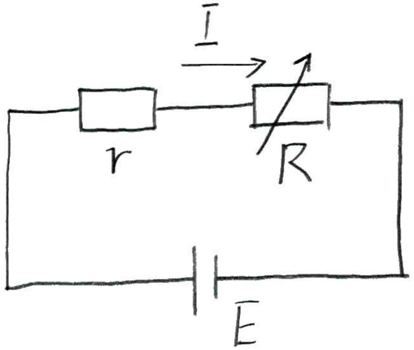
発236 範囲外です

可変抵抗の抵抗値が$R[\Omega]$のときの，可変抵抗における消費電力$P[W]$を求めるには，



$P=I\underbrace{V}_{\text{可変抵抗にかかる電圧}}=I^2R=\dfrac{V^2}{R}$ の3通りの求め方がある。

① Pの式で，Rを変化させると，I，Vも変化するので，Pを Rだけを含んだ式に書き直すのが最初にするべきことです。



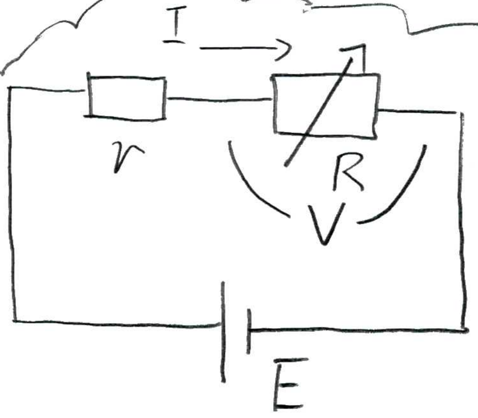
まず，Iについて，

オームの法則から，$I=\dfrac{E}{R+r}$ [W] となる。

これより，$P=I^2R=\dfrac{E^2R}{(R+r)^2}$ [W] と表せます。

おすすめ

ここですぐに，最大値を求めにいってよいが，ちょっと寄り道を．



オームの法則より，$V=IR=\dfrac{ER}{R+r}$ となるので，

↳ Iがわかってないといけない

$$P=\frac{V^2}{R}=\frac{E^2R}{(R+r)^2}\ \text{[W]}$$ となり，同じ結果になります。

rとRは直列接続なので，電圧が $r:R$ に分割されることを使うと，

$V=E\times\dfrac{R}{R+r}$ となり，VはIを経由せず，すぐに求まります。

IとVがRで表せたなら，

$$P=IV=\frac{E}{R+r}\times\frac{ER}{R+r}=\frac{E^2R}{(R+r)^2}\ \text{[W]}$$ となり，やはり同じです。

結局，IV，I^2R，$\dfrac{V^2}{R}$ のどれを使っても同じになるので，安心して，一番簡単なものを使いましょう。おすすめは，$P=I^2R$ です。

② では，Rが変化するときの，$P=\dfrac{E^2R}{(R+r)^2}$ の最大値を求めましょう。

この変形の過程は完全暗記してしまいましょう。
何をやろうとしているのかがわかれば，丸暗記でなく，自分でできるようになります。

分母・分子にRがあると，変化がわかりにくいので，分母にだけRがあるようにする。

$$P=\frac{E^2R}{(R+r)^2}=\frac{E^2R}{R^2+2Rr+r^2}=\frac{E^2}{R+2r+\frac{r^2}{R}}$$

すると，分母の最小値を求めればよいことがわかる。

いくつかのやり方がありますが，平方完成の方法を使いましょう。

しかし，少々わかりにくいかもしれません。

なので，まずは丸暗記から入って理解につなげましょう。⇒ 最後にもう少しわかりやすいかもしれない方法を解説してあります。

平方完成の過程を省略なしで示します。

$$P=\frac{E^2}{R+2r+\frac{r^2}{R}}=\frac{E^2}{(\sqrt{R})^2+2r+\left(\frac{r}{\sqrt{R}}\right)^2}=\frac{E^2}{(\sqrt{R})^2+\left(\frac{r}{\sqrt{R}}\right)^2+2r}$$

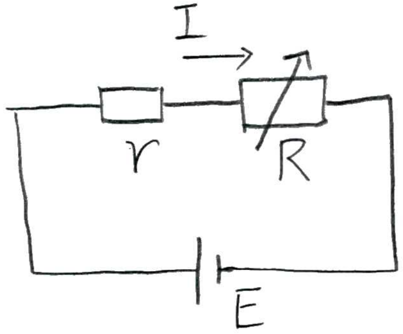
$$=\frac{E^2}{\left(\sqrt{R}-\frac{r}{\sqrt{R}}\right)^2+2r+2r}=\frac{E^2}{\left(\sqrt{R}-\frac{r}{\sqrt{R}}\right)^2+4r}$$

したがって，Pが最大になるのは，$\sqrt{R}-\frac{r}{\sqrt{R}}=0$ つまり $R=\underline{r\,[\Omega]}$のときで

$$\underline{P_{max}=\frac{E^2}{4r}\,[\mathrm{W}]}$$

（続く）

＜解答の記述例＞



左図より，可変抵抗を流れる電流を I〔A〕とすると，

オームの法則より， $I=\dfrac{E}{R+r}$ となる。

したがって $P=I^2R$ より $P=\dfrac{E^2R}{(R+r)^2}$ となる。

変形して， $P=\dfrac{E^2}{R+2r+\dfrac{r^2}{R}}=\dfrac{E^2}{\left(\sqrt{R}-\dfrac{r}{\sqrt{R}}\right)^2+4r}$ となるので，

$\sqrt{R}-\dfrac{r}{\sqrt{R}}=0$ つまり， $R=\underline{r〔\Omega〕}$ のとき Pは最大値 $\underline{\dfrac{E^2}{4r}〔W〕}$

となる。

(答) $R=r〔\Omega〕$，消費電力 $\dfrac{E^2}{4r}〔W〕$

＜Pの最大値を求める方法＞きっとわかる！ $\boxed{\text{セミナー236 補足}}$ 物理基礎

まず，$a \geqq 0$，$b \geqq 0$ のとき $a+b \geqq 2\sqrt{ab}$（＝は $a=b$ のとき）が成り立つことを確認しましょう．

① $a \geqq 0$，$b \geqq 0$ とする．$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geqq 0$（＝は $a=b$ のとき．）

② $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 = a-2\sqrt{ab}+b \geqq 0$ なので，$a+b \geqq 2\sqrt{ab}$（＝は，$a=b$ のとき）

$$P = \frac{E^2}{R+2r+\frac{r^2}{R}}$$ の最大値を求めるために，分母の最小値を求めます．

③ $\underbrace{\boxed{R}}_{a} + 2r + \underbrace{\boxed{\frac{r^2}{R}}}_{b}$ とみれば $R+\frac{r^2}{R} \geqq 2\sqrt{R\cdot\frac{r^2}{R}} = 2r$（＝は，$R=\frac{r^2}{R}$ つまり $R=r$ のとき）

（rは抵抗なので正）

④ したがって，分母の最小値は，$R=r$ のときで，

$$\underbrace{2r}_{\text{最小値として求めた分}} + \underbrace{2r}_{\text{残っていた分}} = 4r$$

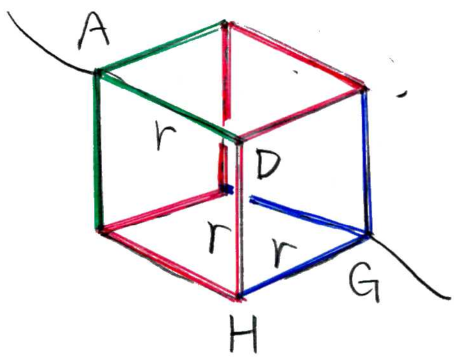
結論　Pの最大値をP_{max}とすると，

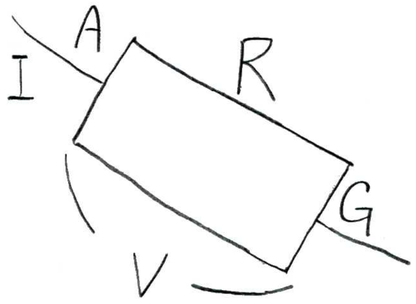
⑤ Pは，$R=r\,[\Omega]$ のとき，分母が最小値 $4r$ になるので，

$$P_{max} = \frac{E^2}{4r}\ [\mathrm{W}]$$

追記　$a \geqq 0$，$b \geqq 0$ のとき，$a+b \geqq 2\sqrt{ab}$ の式は数学で未習ですが，相加・相乗平均の公式として，$a \geqq 0$，$b \geqq 0$ のとき，$\frac{a+b}{2} \geqq \sqrt{ab}$（等号は $a=b$ のとき）の形で学びます．

発238





対称性の高い回路なので，簡単に解けます。
少し高度な一般的な解法は3年生でやります。

(1)　Aに電流Iが流れこむと，緑の抵抗に $\frac{I}{3}$ ずつ流れ，赤の抵抗に $\frac{I}{6}$ ずつ流れ，青の抵抗には $\frac{I}{3}$ ずつ流れる。 $\underline{\frac{I}{3}[A], \frac{I}{6}[A], \frac{I}{3}[A]}$

(2)　AG間の電圧Vは，AD, DH, HG間の電圧の和になるから，

$$V = \frac{I}{3}\times r + \frac{I}{6}\times r + \frac{I}{3}\times r = \frac{5I}{6}r = \underline{\frac{5}{6}rI\,[V]}$$

(3)　合成抵抗をRとすると，V = RI なので，

$$R = \underline{\frac{5}{6}r\,[\Omega]}$$

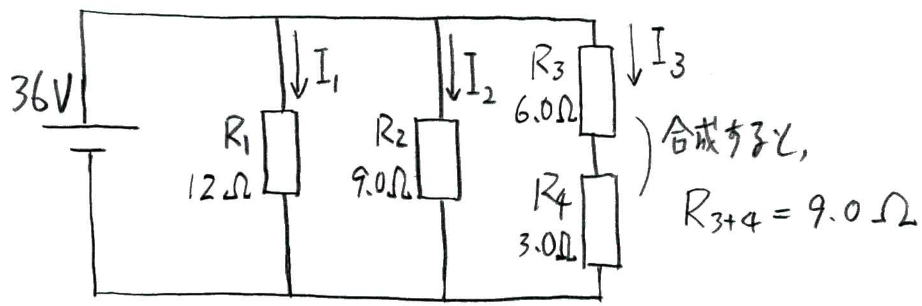
発239 回路を単純に書き直すと，とても簡単に見えてきます．

もとの抵抗線の抵抗をR[Ω]とすると，$R=\dfrac{3.0}{0.10}=30\,\Omega$

これを4：3：2：1に分割するので，

$R_1=12\,\Omega$　$R_2=9.0\,\Omega$　$R_3=6.0\,\Omega$　$R_4=3.0\,\Omega$ である．

回路を単純にかくと，



以下，冊紙の解答でよいのですが，少しちがう解答を示します。

(1)　$I_1:I_2=R_2:R_1$ なので　$\dfrac{I_1}{I_2}=\dfrac{R_2}{R_1}=\dfrac{9.0}{12}=\dfrac{3}{4}=\underline{0.75}$

(2)　$I_2:I_3=R_{3+4}:R_2$ なので　$\dfrac{I_2}{I_3}=\dfrac{R_{3+4}}{R_2}=\dfrac{9.0}{9.0}=\underline{1.0}$

(3) Dに入っている水の質量をm[g]，水の比熱をc[J/(g·K)]とする。

ビーカーDの水の温度上昇をΔT[K]とする。電流を流した時間をt[s]とする。

ジュール熱の式「$Q=I^2Rt$」と温度変化と熱量の関係「$Q=mc\Delta T$」から，

ビーカーBについて　$I_2^2 \times 9.0 \times t = 100c \times 4.5\Delta T$ ----①

ビーカーDについて　$I_3^2 \times 3.0 \times t = mc \times \Delta T$ -----②

$\frac{①}{②}$を考えると，$I_2=I_3$なので，　$3=\frac{100\times 4.5}{m}$

$m = 1.5\times 10^2$ g

(4) R_1，R_2，R_{3+4}の消費電力をたしあわせる。「$P=\frac{V^2}{R}$」から

$$\frac{36^2}{12}+\frac{36^2}{9.0}+\frac{36^2}{9.0}=36^2\times\frac{3+4+4}{36}=36\times 11=396$$

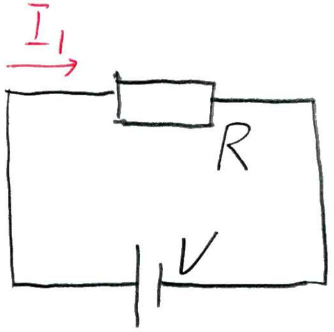
R_1の消費電力　R_2の〃　R_{3+4}の〃

4.0×10^2 W

発 240

小さなスペースにつめこまれているため，見づらくなっています。問題は各図で分けて考えると見通しがよくなります。

図1



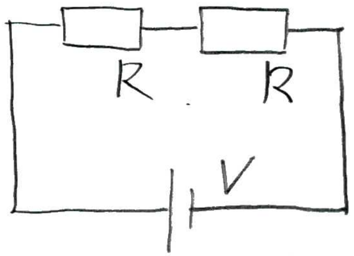
$\boxed{ア}$ $I_1 = \underline{\dfrac{V}{R}}$ [A]　$\boxed{イ}$ $Q = \underline{\dfrac{V^2}{R}t}$ [J]

（$Q = I_1^2Rt$ としても $Q = I_1Vt$ としても同じ結果になる。）

$\boxed{ウ}$ $\underset{電気量}{q} = I_1t = \underline{\dfrac{V}{R}t}$ [C]

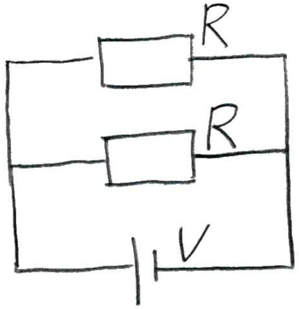
$\boxed{エ}$ 電力 $P_1 = \underline{\dfrac{V^2}{R}}$ [W]

図2



$\boxed{オ}$ 合成抵抗は 2Rなので，消費電力 $P_2 = \dfrac{V^2}{2R} = \underline{\dfrac{1}{2}}\dfrac{V^2}{R}$

図3



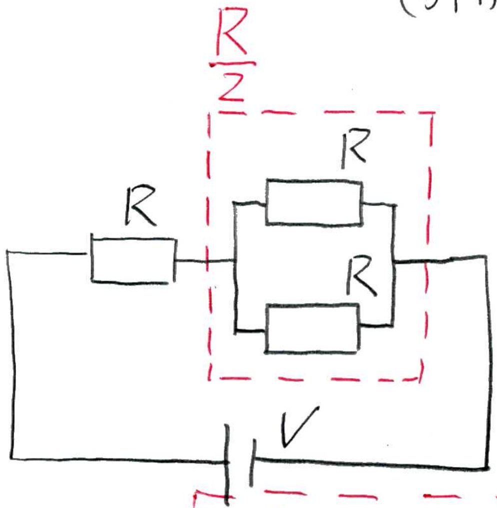
$\boxed{\text{カ}}$ それぞれの抵抗の消費電力を足しあわせて,

$$P_3 = \frac{V^2}{R} + \frac{V^2}{R} = \underline{2} \cdot \frac{V^2}{R}$$

(別解) 合成抵抗は $\frac{R}{2}$ なので,

$$P_3 = \frac{V^2}{\frac{R}{2}} = \underline{2} \cdot \frac{V^2}{R}$$

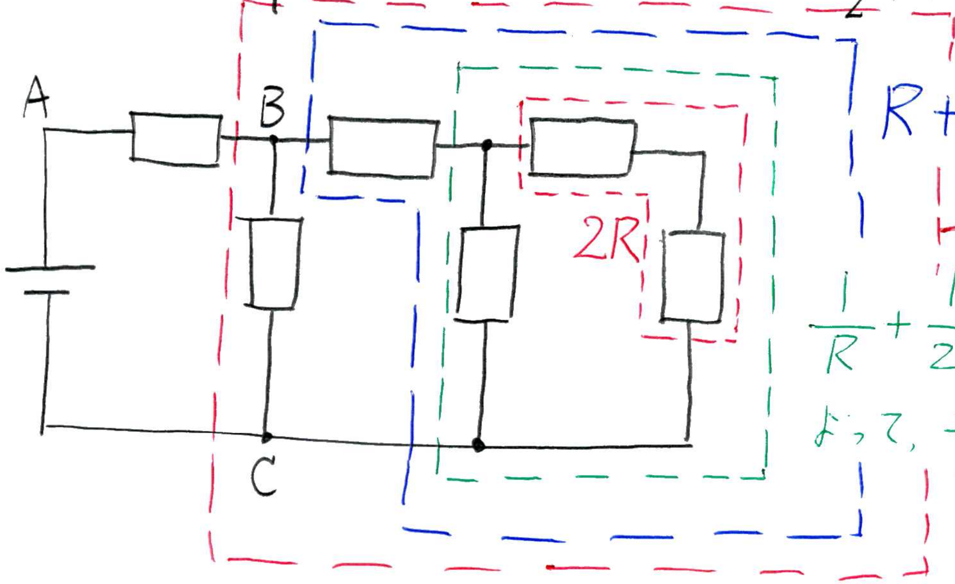
図4



$\boxed{\text{キ}}$ 合成抵抗は $R + \frac{R}{2} = \frac{3}{2}R$ なので,

$$P_4 = \frac{V^2}{\frac{3}{2}R} = \underline{\frac{2}{3}} \cdot \frac{V^2}{R}$$

図5



$R + \frac{2}{3}R = \frac{5}{3}R$

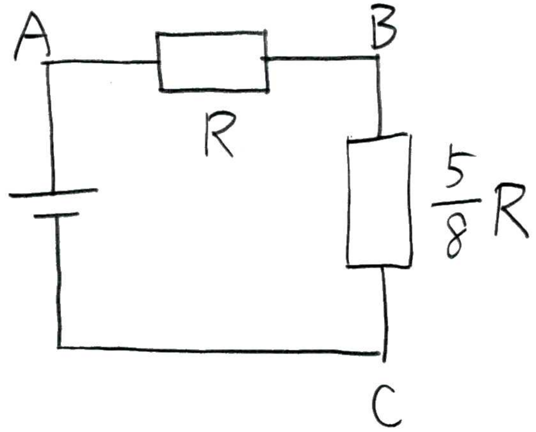
$\frac{1}{R_{BC}} = \frac{1}{R} + \frac{3}{5R} = \frac{8}{5R}$

$R_{BC} = \frac{5}{8}R$

$\frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{3}{2R}$

よって, $\frac{2}{3}R$

前ページの図から，次のようにまとめられる．



$\boxed{ク}$ $V_{AB} : V_{BC} = R : \frac{5}{8}R$

$$V_{AB} = \frac{R}{\frac{5}{8}R} V_{BC} = \underline{\frac{8}{5}} V_{BC}$$

$\boxed{ケ}$ 全抵抗は $R + \frac{5}{8}R = \frac{13}{8}R$ なので，

$$P_5 = \frac{V^2}{\frac{13}{8}R} = \underline{\frac{8}{13}} \cdot \frac{V^2}{R}$$