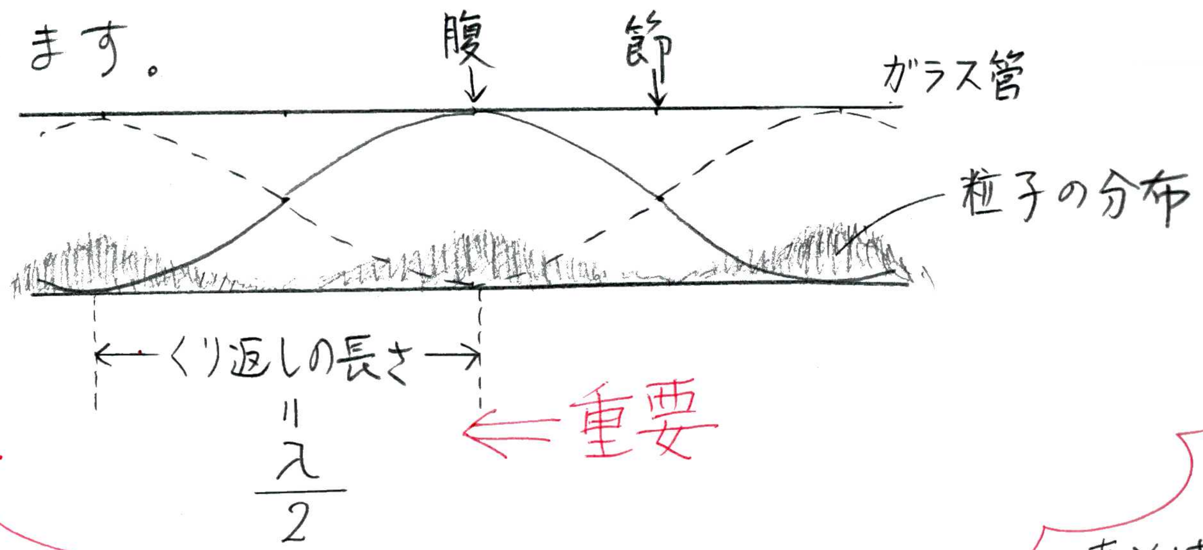
発例15

クントの実験は教科書には書いてありませんが，気柱が共鳴するようすを可視化する実験として有名なものです。

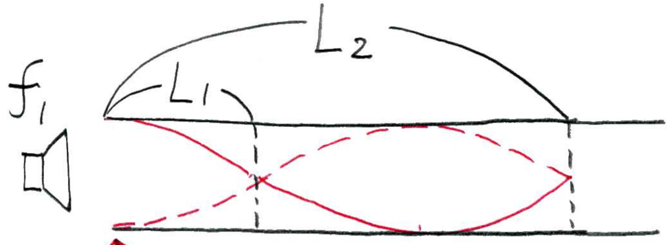
水平においたガラス管内にコルクの粉末等，軽くて小さい粒子を均等にばらまいておきます。そして管内の気柱が共鳴すると，粒子が腹の部分に集まり，節の部分にはほとんどなくなって，下図のようになります。



あとは，冊子の解説のとおりです。

発215

各手順をしっかりと確認しながら進めると
それほどむつかしいわけではありません。
ここでも図をしっかり書くと，考える助けになります。



↑
題意より
開口端補正は無視する

(1) 振動数が f_1 のときの波長を λ_1 とする。

上の図から，$L_1 = \dfrac{\lambda_1}{4}$ なので $\lambda_1 = 4L_1$

$V = f_1 \lambda_1$ より，$f_1 = \dfrac{V}{\lambda_1} = \underline{\dfrac{V}{4L_1}}$

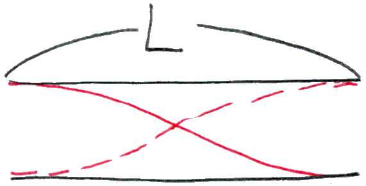
次に L_2 の位置で考える。

このとき，f_1 は長さ L_2 の気柱に対して3倍振動である。

f_2 は f_1 より大きくて，次の倍振動なので5倍振動である。

したがって，$f_2 = f_1 \times \dfrac{5}{3} = \dfrac{5}{3} \times \dfrac{V}{4L_1} = \underline{\dfrac{5V}{12L_1}}$

(2)



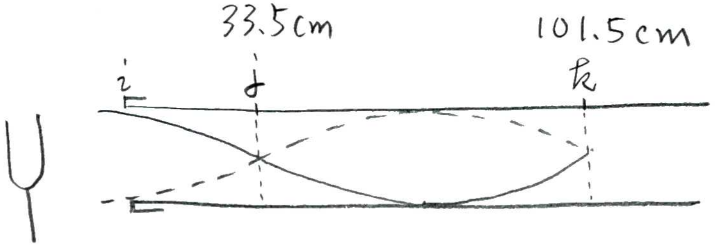
基本振動なので

$$L = \frac{\lambda}{2} \qquad \lambda = 2L$$

$$f = \frac{V}{\lambda} = \frac{V}{2L}$$

$$\frac{f}{f_1} = \frac{\frac{V}{2L}}{\frac{V}{4L_1}} = \underline{\frac{2L_1}{L}}$$

基216

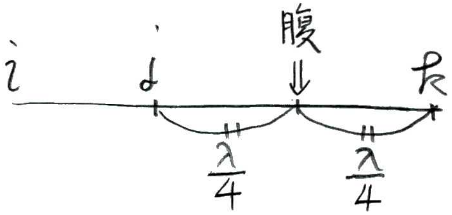


(1) $\lambda = 2 \times (101.5 - 33.5) = \underline{136\ \mathrm{cm}}$　$\underline{1.36\ \mathrm{m}}$ どちらでもよい.

「$V = f\lambda$」より　$f = \dfrac{V}{\lambda} = \dfrac{340}{1.36} = 250\ \mathrm{Hz}$　$\underline{250\ \mathrm{Hz}}$

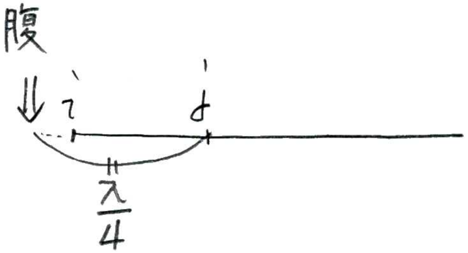
m単位で　4×0.34に気づけば計算は簡単

(2)



$$33.5 + \frac{136}{4} = 33.5 + 34.0$$
$$= \underline{67.5\ \mathrm{cm}}$$

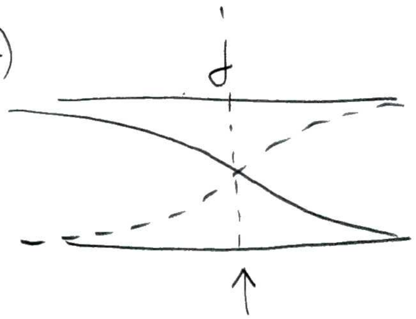
(3)



$$\frac{136}{4} - 33.5 = 34.0 - 33.5 = \underline{0.5\ \mathrm{cm}}$$

加減算なので有効数字は1桁になってしまった。

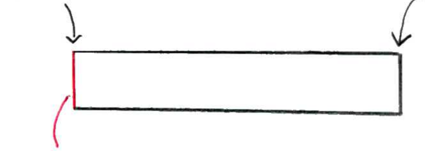
(4)



疎密が入れかわり，密度変化が最も大きい。

(5) 腹になる部分である。腹のすぐ付近では変位の傾きが0なので，常に同じように変位している。したがって密度は変化しない。

発 217



左端は閉端とみるべきか，開端と見るべきか？ つまり，固定端で節なのか，自由端で腹なのか。
判断に困ってしまいますね。

一つのヒント
ばねを振って定常波をつくるとき，

問題文2行目に「微小に振動させ」とあるので，左端は固定端として考えていくのがよさそうです。もし，万一ちがっていたら，途中でつじつまがあわなくなって気がつくので大丈夫でしょう。

両端が閉じた管なので開管でも閉管でもありません。特別な名前はついていません。
両端が節なので，弦の固有振動をイメージすると分かりやすいでしょう。

(1) 692 Hz が m 倍振動数とします。すると，519 Hz は $(m-1)$ 倍振動数なので，基本振動数を f_1[Hz] とおくと，次の式が成り立ちます。

$$692 = m f_1 \quad \text{------①}$$

$$519 = (m-1) f_1 \quad \text{…②}$$

解答冊子では，$\dfrac{①}{②}$　$\dfrac{692}{519} = \dfrac{m}{m-1}$

$$692(m-1) = 519m$$

$$692m - 692 = 519m$$

$$\underbrace{(692-519)}_{173}m = 692$$

$$m = \frac{692}{173} = 4$$

(こんなやり方でもかまいません。

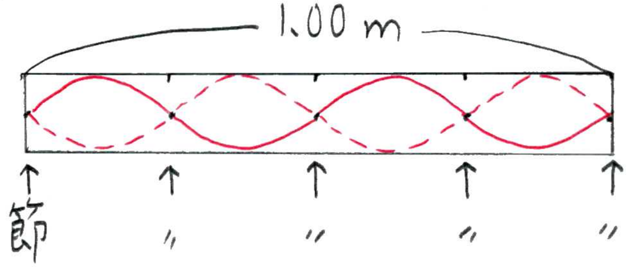
①－②　$692 - 519 = f_1$　$f_1 = 173$ Hz

①より　$m = \dfrac{692}{173} = 4$)

4倍振動であることが分かったので，次に図をかきます。

注 $m=2$ だと，$f_2 = 346$ Hz　$m=5$ だと $f_5 = 865$ Hz となり，400～700 Hz の間には，692 Hz と 519 Hz しか固有振動数は存在しない。したがって，問題の条件に適している。

4倍振動の図



節は左端から

0m, 0.250m, 0.500m, 0.750m, 1.00m

の位置

有効数字注意,

1.00m の $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ なので3桁

3桁

(2)　(1)の図より 波長 $\lambda = 0.50$ m なので,

「$v = f\lambda$」の関係から,

$$V = 692 \times 0.500 = \underline{346 \text{ m/s}}$$

(補足) もし, 開管と思って解くと, 692 Hz を(2m−1)倍振動数とみて,
(左端が開端)

$$\begin{cases} 692 = (2m-1)f_1 \quad \cdots\cdots ③ \\ 519 = (2m-3)f_1 \quad \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

③−④　$173 = 2f_1$　　$f_1 = \frac{173}{2}$

②へ戻すと,　$692 = (2m-1) \cdot \frac{173}{2}$

$8 = 2m - 1$

$m = 4.5$ となって

つじつまがあいません。