第5節

プロセス

□1～□17

解答冊子の通りです。公式にあてはめればいいだけですね。

注意点

□2 仕事率の単位 W は J/s と同じです。

1分間は60sに，1時間は3600sに換算して $W=Pt$ の式に代入します。

□5 $\frac{1}{2}kx^2$ でばね定数 k の単位は，N/m で自然の長さからの伸びまたは縮み x の単位は m です。長さが cm 等で示されているときは m に換算します。$1\mathrm{cm}=10^{-2}\mathrm{m}$ です。

□6 どことどことで力学的エネルギー保存則を使うのか宣言しよう。

重力による位置エネルギーが含まれるときは，基準の高さを宣言しよう。（問題文に明示してあれば宣言不要）

□17「重力・弾性力以外の力が物体にした仕事の分だけ力学的エネルギーは変化する」

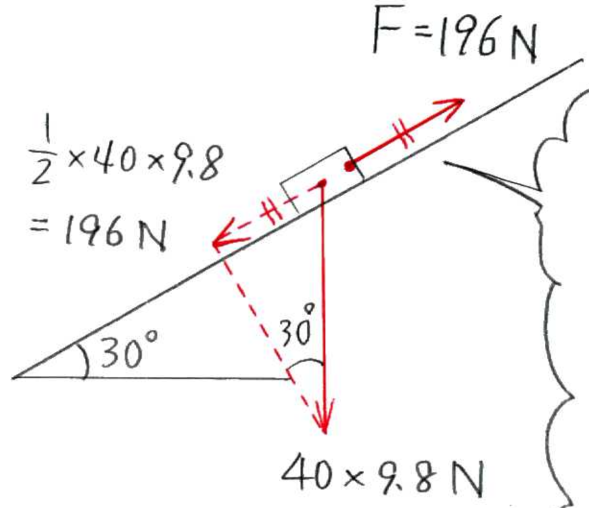
また，「重力・弾性力を含め，物体がされた仕事の分だけ運動エネルギーは変化する」

重要

第5節

基例15

(1)



図より，$F=\underline{2.0\times 10^{2}\,\mathrm{N}}$ Ans

「ゆっくりと」は物理ではよく出てくる言葉です。

「力がつりあった状態で，ゆっくりと一定の速さで」と言外の意味を含んでいます。

だから，Fは重力の斜面に平行な成分とつりあっていると考えます。

力がつりあっていたら，静止しているのではないか？ もっともです。実は……，

最初はほんの少しだけ強く引いてやります。動き出したらすぐつりあいに戻します。すると，ゆっくりと等速直線運動を続けます（慣性の法則）。最後は逆にほんの少しだけ力を弱めます。物体が静止したらすぐつりあいに戻します。

最初と最後の影響は差し引きで0になるので無視してよいことがわかっています。

(2)(3) 冊子のとおりです。

（補足）物体の運動エネルギーは変わっていないとみなせそうですね。

すると，この間に物体がされた仕事の合計は0のはずです。

だから，(3)の答えは，(2)の答えの符号を変えたものになります。

（物体には，重力・引く力以外に垂直抗力もはたらきますが，この仕事は0です。）

基例16

使う関係式は簡単なので，解説を読めば，分かった気になる典型的な問題だと思います。
分かったと思っていたのに解けないのは，自分で考えなかったからなので，やさしく見える問題も自分で解いておきましょう。

(1) 「重力に逆らってした」の意味

「重力とつりあう力を加えて，ゆっくりと動かしたとき，その力が重力に逆らって物体にした仕事」ということです。

順番に問題を整理していきます。

2分間でくみ上げた水の質量は

$30 \times 2 = 60$ kg

有効数字が気になりますね。2分なので1桁のようにも思えます。ただ，1桁だと計算がおおざっぱになってしまうので，2桁で進めることにしましょう。
(問題の不備なので，気にしないでおきましょう)

重力に逆らって持ち上げる力の大きさは，

60×9.8 N

鉛直方向には，5.0m持ち上げているので，その仕事は，

$60 \times 9.8 \times 5.0$
$= 2940$

$\underline{2.9 \times 10^3 \text{ J}}$

（別の考え方）

重力に逆らって（外部から）した仕事の分だけ
重力による位置エネルギーが増加する。
↑
この考え方が使えると答えやすいですね。
問題集の解説はこの考え方を利用しています。

(2) $P=\dfrac{W}{t}=\dfrac{2.94\times10^3}{2\times60}$

sに換算するのを忘れずに

$=24.5\,\mathrm{W}$

$\underline{25\,\mathrm{W}}$ Ans.

iKeTの寄り道

物理では，文字で混乱してしまうことがよくあります。
たとえば，(2)では，仕事を表す W（斜体）と仕事率の単位 W（ワット）がありますね。今までに勉強した範囲でも，
立体（本ではゴシック立体）
垂直抗力を表す N と力の大きさの単位 N（ニュートン）があります。
N と N は同じ力のことですから，混乱しまくりかも。
理解が深まってくると，混乱しなくなりますので，安心していてください。無用な混乱を避けるために，文字式に単位をつけるときは，［ ］でくくっておく約束です。
数字のあとの単位は［ ］はつけません。
（ ）や［ ］ではありません

基例17

力学的エネルギー保存則を用いるシンプルな問題ですが，実は大きな が。これは位置エネルギーではありません。落とし穴です。(2)が要注意です。

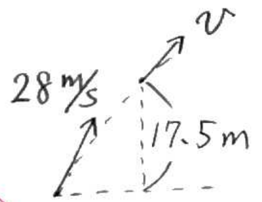
(1) (重力だけがはたらくので) 力学的エネルギーが保存される。
宣言する

投げ出した点を基準の高さとする。
宣言する

投げ出した点と点Aで 力学的エネルギー保存則の式を書くと，
宣言する

$$\frac{1}{2}\times m\times 28^2 \underbrace{+\,0}_{} = \frac{1}{2}\times m\times v^2 + m\times 9.8\times 17.5$$

mghの部分は0なので省略可



問題に質量がかいていないので，式が立てられない？よくありますねー。とりあえず，適当な文字（もちろん m）を使って式を立ててしまいましょう。

あとは，できると思いますが，ikeTのやり方を順に示していくと，（いちいち式に書かない分も示します）

全体に $\frac{2}{m}$ をかける。 $28^2 = v^2 + 2\times 9.8\times 17.5$

$9.8 = \frac{7^2}{5} = 7\times 1.4 = \cdots\cdots$ 等々 7がキーになっていることを気にとめておきましょう。

もう一度、式を示します。

$$\underbrace{28}_{(7\times4)}{}^2 = v^2 + \underbrace{2\times9.8\times17.5}$$

$\rightarrow 35 \rightarrow 7\times5$

7×1.4

$\rightarrow 7\times7\times7$

$$7^2\times16 = v^2 + 7^3$$

$$v^2 = 7^2\times(16-7) = 7^2\times9$$

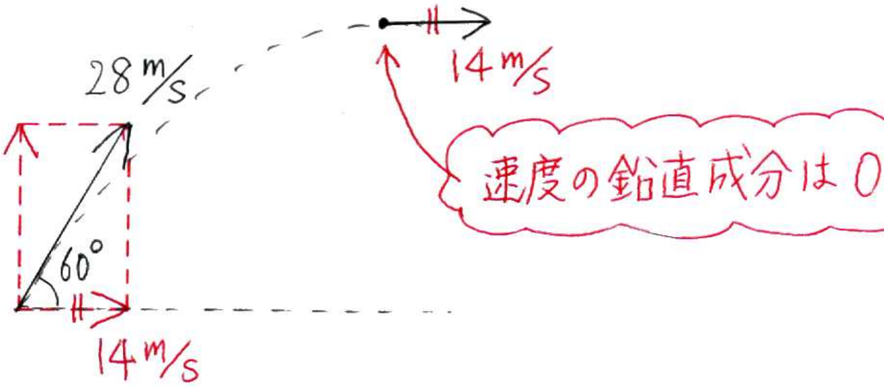
$$v = 7\times3 = \underline{21\ \mathrm{m/s}}\ _{Ans}.$$

(2) 最初に質問です。
最高点Bで小球の速さはいくらですか？

速さ0と答えた人は要注意!!

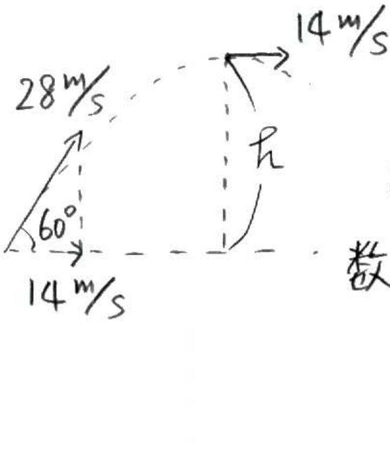
最高点で速さ0は鉛直投げ上げの場合

斜方投射の場合，鉛直方向は鉛直投げ上げ，
水平方向は等速直線運動と考えるのでした。



答えは，14 m/s です。

最高点での小球の速さは 14 m/s なので，
投げ上げた点と最高点で力学的エネルギー保存の式を書くと，



$$\frac{1}{2}\times m\times 28^2=\frac{1}{2}\times m\times 14^2+m\times 9.8\times h$$

$$\times\frac{2}{m}\qquad 28^2=14^2+2\times 9.8h$$

数字をよく見て，$9.8=\frac{7^2}{5}$ に気がつけば，

$$7^2\times 4^2=7^2\times 2^2+2\times\frac{7^2}{5}h$$

$$16=4+\frac{2}{5}h$$

$$h=12\times\frac{5}{2}=\underline{30\ \mathrm{m}}$$ Ans.

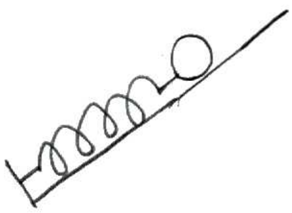
基例18

冊子の解説の通りです。力学的エネルギー保存則が使えるので，わかりやすい問題だと思います。

この問題を通じて知って欲しいことが1つあります。

小球は，ばねが自然の長さになったところでばねから離れます。これは，

斜面上であっても，鉛直であっても，

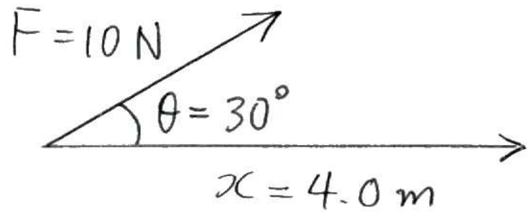


面に摩擦があっても，そうなります。

基131

3つのやり方を紹介します。

① $W=Fs\cos\theta$ の式で求める。



$W=10\times4.0\times\cos30^\circ$

$=10\times4.0\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

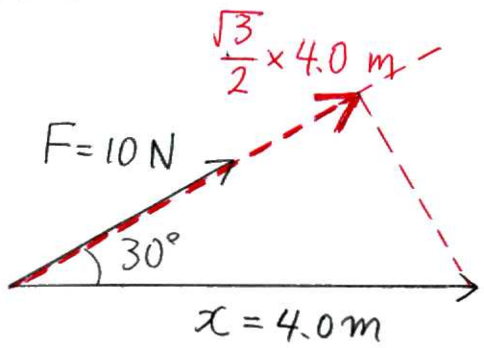
$=20\times1.73$

$=34.6\,\mathrm{J}$ 　 35J Ans

将来的にベクトルを学習すると,「内積」というものを学びます。

力$\vec{F}$と変位$\vec{x}$の内積を$\vec{F}\cdot\vec{x}$と書き,この値が$Fx\cos\theta$になるのです。

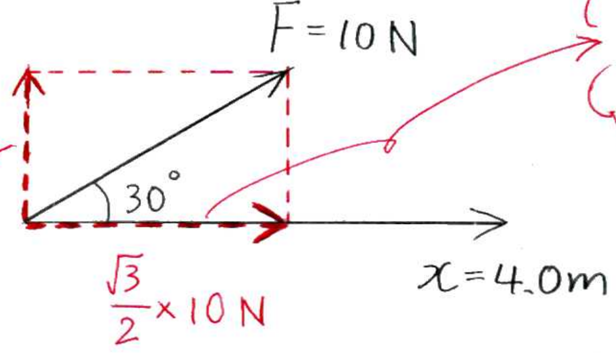
② 「力の大きさ×力の向きに動いた距離」の定義の通り求める。



$W=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times4.0$

$=34.6\,\mathrm{J}$ 　 35J Ans

③ 力を変位と平行な向きと垂直な向きに分解して求める方法



この成分（分力（ぶんりょく））のする仕事だけを考えればよい

変位と垂直なので仕事は0

$$W=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 10\times 4.0$$

$$=34.6\text{J}$$

$\underline{35\text{J}}$ Ans

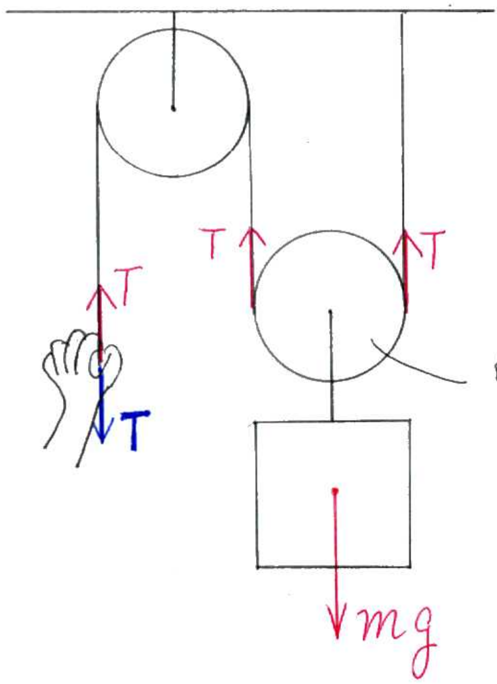
状況に応じて適当なやり方を利用します。

基132

仕事の原理でおなじみの問題です。
「ゆっくりと」引き上げるので，物体にはたらく力はつりあっていると考えましょう。

みなさんがよく理解しているように，ポイントは2つあります。

① ひもの張力の大きさは，物体の重さの $\frac{1}{2}$



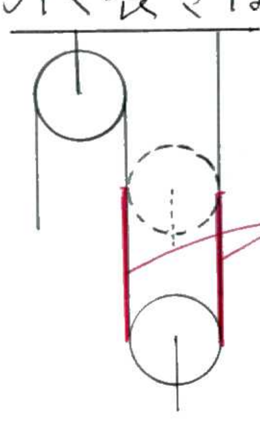
（物体＋動滑車）の力のつりあいから，

$2T - mg = 0 \quad T = \frac{mg}{2}$

質量0とみなす。

人がひもを引く力はT
ひもの張力と作用反作用の関係にある。

② ひもを引く長さは，物体がもち上がった距離の2倍



あまるひもの長さ

解答は冊子の通りです。

基133

ジャッキを見たことのない人が多いと思います。問題文をよく読んで正しくイメージしてください。

図のねじは下の土台についていて，上の部分がかぶさっている感じです。

ボルト・ナットの関係でいえば
下がボルト，上がナットに相当します。
ナットに腕がついている感じです。

この問題では，力がどのように伝わっていって物体をもち上げるのか，そこは悩みどころではありません。力を小さくする道具としてジャッキをとらえて，仕事の原理を適用して答えましょう。

この単元で学んでいることは，途中の経過は詳しく分からなくても，「結果として，こんな関係が成り立つ」という大づかみな法則と思考法なのです。

基134

毎分 $x\,[m^3]$ の水をくみあげることができるとする。

求めたい量をまず文字でおく。

仕事率の関係式にあてはめていく。

$$P = \frac{W}{t}$$

毎分の仕事

$$\cancel{4.9}\times\cancel{10^3} = \frac{x\times\cancel{10^3}\times\overset{2}{\cancel{9.8}}\times 7.5}{\underset{30}{\cancel{60}}}$$

分を秒に換算する。

$$x = \frac{30}{7.5} = \underline{4.0\ m^3}$$ Ans

あわてて変形しないで
まず，基本の公式や関係式に
あてはめた式を書く。

☆ 仕事率でなく，毎分の仕事で式をたてる人は，こうなりますね。

$$4.9\times 10^3\times 60 = x\times 10^3\times 9.8\times 7.5$$

結果はもちろん同じです。

$$x = \underline{4.0\ m^3}$$ Ans

基135

キーワードは「一定の速さで」です。つまり，力がつりあった状態でということです。

では，何の力と何の力がつりあっているのでしょうか。

それは，水平方向に加えた力と動摩擦力ですね。

$$\text{仕事率 } P = \frac{W}{t} = \frac{\overset{\mu'}{0.30} \times \overset{m}{30} \times \overset{g}{9.8} \times \overset{x}{4.0}}{5.0}$$

$$= 70.5\cdots \qquad \underline{71\,\mathrm{W}}\ \text{Ans}$$

動摩擦力 $\mu' N = \mu' mg$

$(N = mg)$

基136

基135と同じです。
キーワードは，「一定の速さで」です。

(1) 物体に加える力は動摩擦力とつりあっているので，

大きさは，4.0 N Ans.

(2) $P = F \cdot v$ を使ってみると，

仕事率 $P = 4.0 \times 10 = 40\ \mathrm{W}$ Ans

(3) 動摩擦力の大きさは速さに関係なく一定なので，

$P = F \cdot v$ にあてはめると，

$60 = 4.0\, v$

$v = 15\ \mathrm{m/s}$ Ans.

基137

エネルギーと仕事の関係を手の内に！
エネルギーとは仕事をする能力

どのような力であれ物体に仕事をすれば ⇒ 物体の運動エネルギーが変化する。
$\underbrace{\text{が変化する}}_{\text{その分だけ}}$

重力・弾性力以外の力が物体に仕事をすれば ⇒ 物体の力学的エネルギーが変化する。
$\underbrace{\text{ーが変化する}}_{\text{その分だけ}}$

重力・弾性力以外の力が仕事をしなければ ⇒ 力学的エネルギーは保存される。

重要事項

(1) すみませんが，やさしい話を少々ややこしく話します。
面倒な人は見なかったことに‥‥。 最重要事項（次ページ）は覚えてね。

まず，問題文に明記されていませんが，水平面上でのことと考えましょう。そうしないと，つづかないので‥‥。

① 次に，仕事をするのは動摩擦力だけなので，次の関係が成り立ちます。

運動エネルギーの変化 ＝ 動摩擦力のする仕事

$$0-\frac{1}{2}\times1000\times10^2=-F'\times10$$

$$F'=\underline{5.0\times10^3\,\mathrm{N}}\ \text{Ans.}$$

② 重力・弾性力以外の力が仕事をしているということから，次のようにも考えられます。

力学的エネルギー変化 ＝ 動摩擦力がする仕事

運動している高さを基準にすれば，重力の位置エネルギーは0になり，力学的エネルギーに登場しません。ばねの弾性力による位置エネルギーも登場しないので，結局，力学的エネルギーは運動エネルギーだけです。

したがって，②は①と同じ式になります。

そこで，最初の　　　は２つに整理してしまいます。順番も変えて，

重要事項

(a) 重力・弾性力以外の力が物体に仕事をしないとき，
力学的エネルギー保存則が成り立つ。

最初の力学的エネルギー＝最後の力学的エネルギー

もちろん，途中段階でもずっと保存されている。

(b) 重力・弾性力以外の力が物体に仕事をするとき，
その仕事の分だけ力学的エネルギーは変化する。

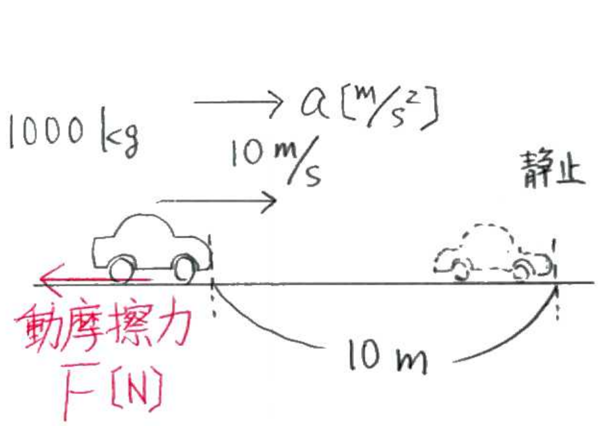
最後の力学的エネルギー － 最初の力学的エネルギー
＝重力・弾性力以外の力がした仕事

最重要事項

２択なのでずい分と
わかりやすくなりました。

確実に覚えましょう！

③ この問題を運動方程式と等加速度直線運動で考えてみましょう。



運動方程式（$ma=F$）から，

$$1000a=-F$$

$$a=-\frac{F}{1000}$$

等加速度直線運動の
公式（$v^2-v_0^2=2ax$）に代入して，

$$0^2-10^2=2\times\left(-\frac{F}{1000}\right)\times 10$$

$F=\underline{5.0\times10^3\,\mathrm{N}}$ Ans.

③のようにもできるのですが，力学的エネルギーの考え方が使える場合には，使った方が一般的に簡単になります。

力学的エネルギーの考え方が苦手とするのは，時間的なことをきかれる場合です。

動摩擦力の大きさは速さによらず一定

(2)

$$0 - \frac{1}{2} \times 1000 \times 20^2 = -5.0 \times 10^3 \times x$$

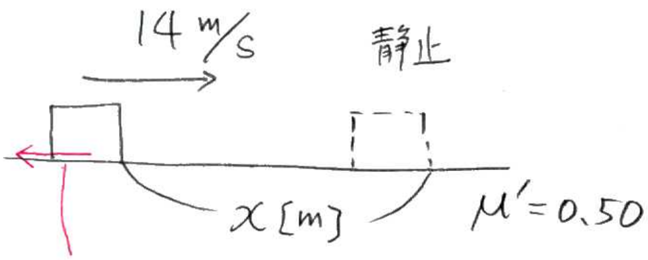
すべる距離

km/h は m/s に換算しましょう.

（一気に関係式を書きましたが，わかりますか。）

$x = \underline{40\ \mathrm{m}}$ Ans

基138



動摩擦力

$\mu' N = \mu' m g = 0.50 \times m \times 9.8$ [N]

↳ 与えられていないが
立式に必要

動摩擦力がした仕事の分だけ，力学的エネルギーが変化するので，

$$0 - \frac{1}{2} \times m \times 14^2 = -0.50 \times m \times 9.8 \times x$$

$x = 20$ m Ans.

$9.8 = \frac{7^2}{5}$ に気づけば，

$14^2 = 7^2 \times 4$ なので

式が簡単になります。

基139

(1) 一定の速さでもち上げるのだから，もち上げるのに必要な力は重力とつりあっています。

$20 \times 9.8 = 196\ \mathrm{N}$　　$\underline{2.0 \times 10^2\ \mathrm{N}}$ Ans

(2) $\underbrace{196}_{F} \times \underbrace{10}_{x} = 1960\ \mathrm{J}$　　$\underline{2.0 \times 10^3\ \mathrm{J}}$ Ans

(3) 基準の点Oから重力に逆らってもち上げるのに要した仕事が重力による位置エネルギーになるので，

$\underline{2.0 \times 10^3\ \mathrm{J}}$

mghの式にあてはめても当然同じ結果になります。この問いは，mghの公式は，このようにして出てくるのですよという問題なので，mghの公式は使わない方がよいでしょう。

基140

mghにあてはめますが,

たとえば,基準面より5.0m低いとき,

$10\times9.8\times(-5.0)$ ですが,

$-10\times9.8\times5.0$ とやってもよいと思います。

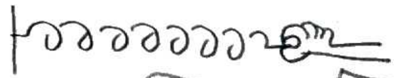
他はとくにつけ加えることはありません。

基141

解答は冊子の通りでよいのですが，2つポイントがあるので，その説明をします。

(1) ばねがたくわえている弾性エネルギー と
ばねの弾性力による位置エネルギー のちがいは？

ばねを引き伸ばすためにした仕事によって，ばねは変形します。変形したばねに，エネルギーがたくわえられていると考えるのが自然で，これをばねの弾性エネルギーといいます。



引き伸ばされたばねに物体をとりつけて，手をはなすと，ばねが物体を引っぱって，物体に運動エネルギーを与えます。そこで，伸びたばねにつながれている物体は，ばねを介してエネルギーをもっているといってもよさそうですね。これをばねの弾性力による位置エネルギーといいます。

同じ現象を異なる見方をしただけなので，当然エネルギーの値は同じです。

縮んでいる場合も同様です。

(2) さらに伸ばすのに必要な仕事といわれて，
いきなり $\frac{1}{2}\times 10\times 0.10^2$ J と式をかかないようにしましょう。
($=5.0\times 10^{-2}$ J)
$\frac{1}{2}kx^2$ の x は自然の長さからの伸びまたは縮みです。

まず，自然の長さから 10 cm 伸ばすのに必要な仕事

$$\frac{1}{2}\times 10\times 0.10^2 = 0.050\ \text{J}$$

さらに 10 cm 伸ばすので，自然の長さから 20 cm 伸ばすのに必要な仕事を求めると，

$$\frac{1}{2}\times 10\times (0.20)^2 = 0.20\ \text{J}$$

「さらに 10 cm 伸ばす」のに必要な仕事は，

$$0.20 - 0.050 = \underline{0.15\ \text{J}}$$ Ans.

おまけの注意
ばねの伸びや縮みが cm で表されているとき，m に換算をしましょう。

No.1

基142

特につけ加えることはありません。

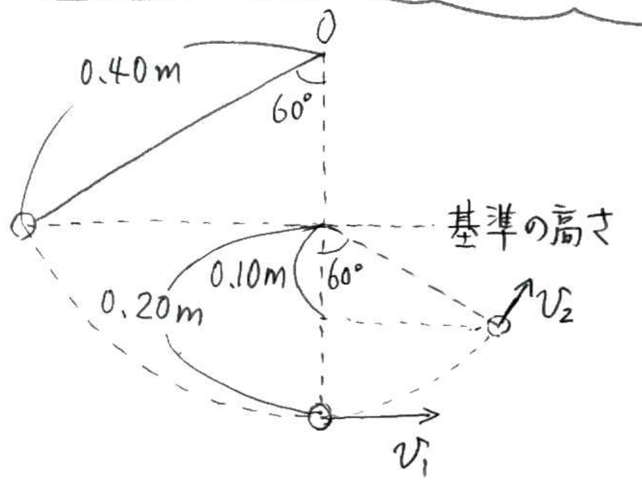
基143

基本中の基本です。解答は冊子の通りです。

基144

sin，cos，tanの使用について，
一般の角θの場合は，sin，cos，tanが自由に使えるのが良いのだが，60°，30°，45°について，いちいちsin，cos，tanを使い，あらためて数値に置き換えるというのは，二度手間になって大変なだけだとikeTは思っています。

この問題では角度が60°なので，1，2，$\sqrt{3}$の関係から，$\frac{1}{2}$が出てきます。図に書き込めば，すぐに力学的エネルギー保存則から式が書けます。



(1) $0=\frac{1}{2}mv_1^2-m\times9.8\times0.20$

$v_1^2=2\times9.8\times0.20$

$=1.96\times2$

$v_1=1.4\sqrt{2}=1.4\times1.41$

$=1.974$　　$\underline{2.0\,\mathrm{m/s}}$ Ans.

(2) $0=\frac{1}{2}mv_2^2-m\times9.8\times0.10$

$v_2^2=1.96$　　$v_2=1.4$　　$\underline{1.4\,\mathrm{m/s}}$ Ans

(3) はなした高さまで上がるので，$\underline{90°}$ Ans

↓

補足

一つ重要な式を覚えてください。

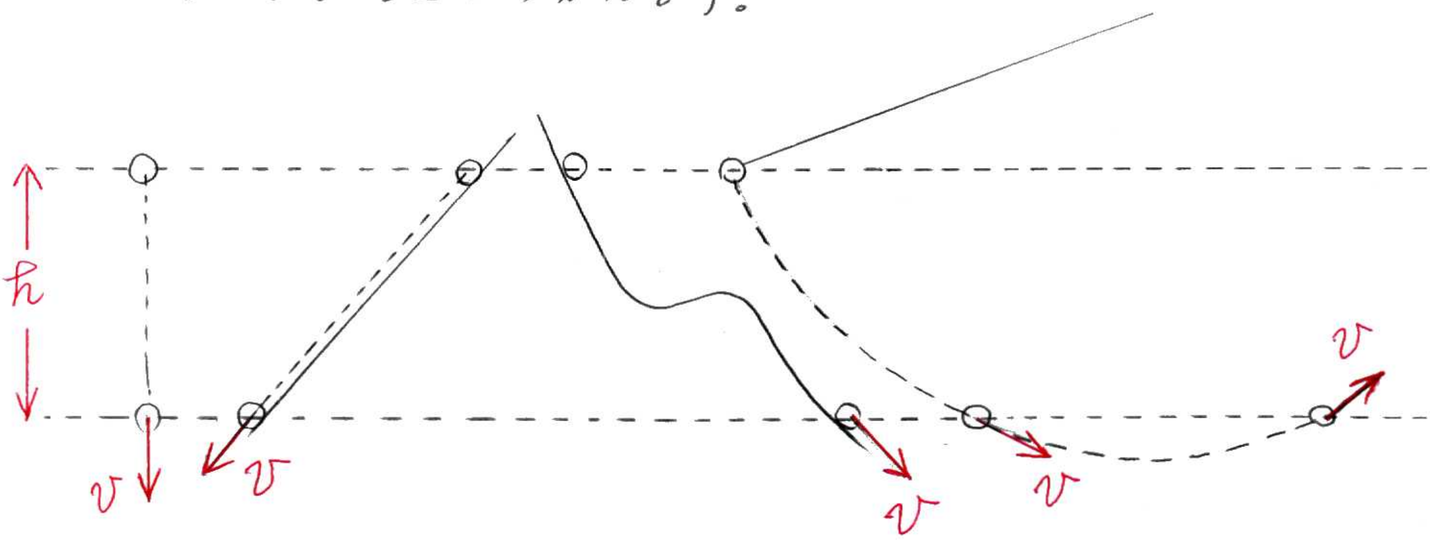
初速度0で，重力だけが仕事をした場合に，
hだけ低い高さでの速さvは，

$$v=\sqrt{2gh}$$

（導出）最初の高さを基準として，力学的エネルギー保存則を適用すると，

$$0=\frac{1}{2}mv^2-mgh \rightarrow v=\sqrt{2gh}$$

いろいろな場面でつかえます。



基145

ずっと典型的な問題が並んでいますね。
見ためは違っていても，やっていることは全く
同じです。

力学的エネルギーが保存されるか確めて
力学的エネルギー保存則の式を立てて解く.

重力・弾性力以外の力のする仕事が0であればよいのです.

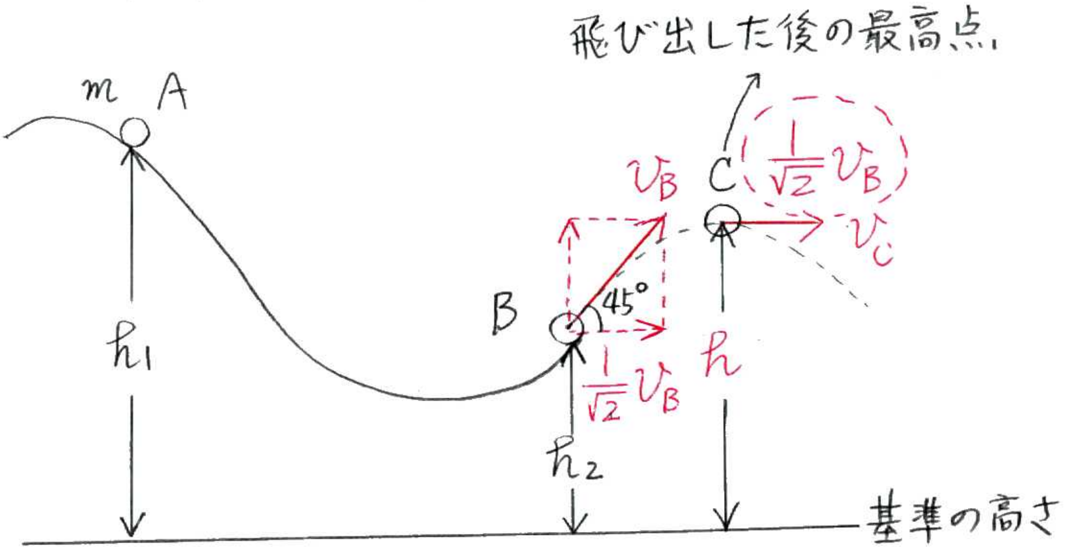
解答はつけ加えることはありません。

基146

斜方投射が入りますが，典型問題です。

斜方投射の最高点では，
投げ出したときの速度の水平成分が残るので，
速さは0ではありません。

下図のイメージがあればO.K.ですね。



(1) AとBで力学的エネルギー保存則を用いると，

$$mgh_1 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_2 \qquad v_B = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$$ Ans.

(2)
$$v_C = \frac{1}{\sqrt{2}}v_B = \sqrt{g(h_1 - h_2)}$$
$$\frac{1}{2}mv_C^2 = \frac{1}{2}mg(h_1 - h_2)$$ Ans.

(3) AとCで力学的エネルギー保存則を用いると，

$$mgh_1 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh$$
$$= \frac{1}{2}mg(h_1 - h_2) + mgh$$
$$h = \frac{h_1 + h_2}{2}$$ Ans.

基147

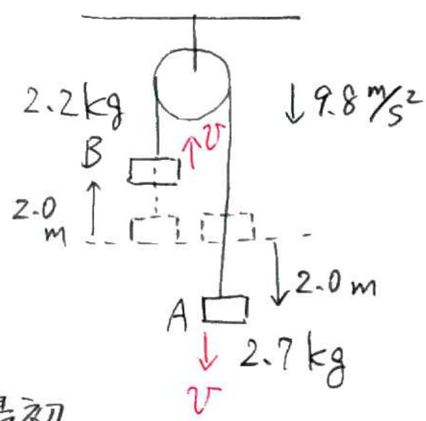
連結物体についても力学的エネルギー保存則を用いることができる例です。

糸の張力がA, Bそれぞれにする仕事は0ではありませんが, 足しあわせると0になるので, A, B全体としての力学的エネルギーは保存されます。

解答は冊子の通りです。

(2)を出すだけなら, いきなり力学的エネルギー保存則を書きます。

最初の高さを基準にすると, 力学的エネルギーが保存されるので,



最初 ⇒ 最後 ⇓

$$0 = \left(\frac{1}{2}\times 2.7\times v^2 - 2.7\times 9.8\times 2.0\right) + \left(\frac{1}{2}\times 2.2\times v^2 + 2.2\times 9.8\times 2.0\right)$$

↑A ↑B

$$0 = \cancel{\frac{1}{2}}\times \cancel{4.9}\times v^2 - \cancel{0.5}\times \overset{2}{\cancel{9.8}}\times 2.0$$

$v = \underline{2.0\ \mathrm{m/s}}$ Ans.

少々, 有効数字が気になります。計算の順序によって, 1桁にも2桁にもなります。

基148

解答は冊子の通りです。

ikeTの寄り道

この問題では，物体とばねとの衝突ということがでてきます。「物理」で運動量保存則と衝突について学びますが，一般的にいって，衝突があれば，力学的エネルギーは減少します。

衝突相手の質量が無視できるぐらい「軽い」ときには，衝突しても力学的エネルギーは変わらず保存されます。ばねとの衝突はこのケースにあたります。

基149

動摩擦力がはたらく場合です。
このハードルをこえると，余裕がでてきます。
やや難問への第一歩です。

基150

解答は冊子の通りです。

必ず完璧にしておきたい問題です。